Министерство образования и науки Российской Федерации Московский физико-технический институт (государственный университет) Факультет общей и прикладной физики Институт физических проблем им. П. Л. Капицы РАН Кафедра физики и техники низких температур

Юлия Красникова

Электронный парамагнитный резонанс в магнетиках типа "спиновая лестница".

010600 - прикладные математика и физика

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Научный руководитель

к.ф.-м.н., старший научный сотрудник Глазков Василий Николаевич

Москва 2014

Содержание

1	Исследуемые системы. Магнетики типа "спиновая лестница"				
	1.1	Спект	р возбуждений в магнетике типа "спиновая лестница"	2	
	1.2 Поведение системы с щелью в энергетическом спектре в магнитном поле				
2	Основы методики ЭПР				
	2.1 Явление резонансного поглощения				
		2.3.1	Общие принципы	10	
		2.3.2	Неоднородность поля в соленоиде	12	
3	Исследуемые объекты				
4	Результаты и обсуждения				
	4.1	CQX		18	
		4.1.1	Угловая зависимоть g - фактора для образцов с различным допиро-		
			ванием	18	
		4.1.2	Температурная зависмость спектров поглощения для образцов с раз-		
			личным допированием	18	
	4.2	DIMP	Υ	27	
		4.2.1	Угловая зависимость g - фактора в DIMPY	27	
		4.2.2	Низкотемпературные спектры ЭПР - поглощения	35	
5	Выі	воды		36	
6	3 Благодарности				

1 Исследуемые системы. Магнетики типа "спиновая лестница"

Свойства системы спинов, связанных антиферромагнитным обменным взаимодействием существенно зависят от геометрии обменных связей. Если обменные связи образуют достаточно простую трехмерную решетку, то спиновая система антиферромагнитно упорядочивается при температуре порядка величины обменного взаимодействия. В случае специальной геометрии обменных связей, например, при наличии треугольных мотивов в решетке обменных связей, для низкоразмерных или димерных структур формирования дальнего порядка может не происходить вплоть до самых низких температур. Одной из таких систем является "спиновая лестница".

Магнетики типа "спиновая лестница" представляют из себя пару цепочек связанных друг с другом. Модель такой лестницы представлена на рис. 1. Эта модель включает в себя два обменных взаимодействия: взаимодействие вдоль направляющих лестницы (вдоль составляющих ее цепочек) с обменным интегралом *j* и взаимодействие по "перекладине" (между цепочками) с обменным интегралом *J*. Гамильтониан для такой лестницы представляется в виде (1).

$$\widehat{\mathcal{H}} = \sum_{n} (J\widehat{\mathbf{S}}_{na}\widehat{\mathbf{S}}_{nb} + j(\widehat{\mathbf{S}}_{na}\widehat{\mathbf{S}}_{n+1,a} + \widehat{\mathbf{S}}_{nb}\widehat{\mathbf{S}}_{n+1,b}))$$
(1)



Рис. 1: Схема обменных связей в магнетике типа "спиновая лестница".

1.1 Спектр возбуждений в магнетике типа "спиновая лестница".

Рассмотрим спиновую лестницу у которой $J \gg j$. Эту задачу можно решить в рамках теории возмущений. В качестве невозмущенной системы возьмем изолированные димеры. Волновые функции изолированного димера на n - ой перекладине лестницы имеют вид:

$$\psi_{n,0} = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle_n - |\downarrow\uparrow\rangle_n}{\sqrt{2}}$$
$$\psi_{n,1,1} = |\uparrow\uparrow\rangle_n$$
$$\psi_{n,1,-1} = |\downarrow\downarrow\rangle_n$$
$$\psi_{n,1,0} = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle_n + |\downarrow\uparrow\rangle_n}{\sqrt{2}}$$

Волновая функция основного состояния системы невзаимодействующих димеров:

$$\psi_0 = \prod_n \psi_{n,0}$$

Энергия основного состояния системы димеров без взаимодействия выражается следующим образом:

$$E_0^{j=0} = -\frac{3}{4}JN$$

В качестве одночастичного возбуждения возьмем наличие в системе димера со спином и проекцией спина равными единице на k - ой позиции, волновую функцию возбужденной системы тогда можно представить следующим образом:

$$\psi_{1,k} = \prod_{n=1}^{k-1} \psi_{n,0} |\uparrow\uparrow\rangle_k \prod_{k+1}^N \psi_{n,0}$$
(2)

Энергия системы димеров без взаимодействия в таком состоянии выражается следующим образом:

$$E_{1,k}^{j=0} = -\frac{3}{4}J(N-1) + \frac{J}{4} = E_0^{j=0} + J$$

Возбужденное состояние N - кратно вырождено по положению димера с S=1.

Влияние взаимодействия между димерами при $J \gg j$ можно рассматривать по теории возмущений. В роли возмущения будет выступать обменное взаимодействие между димерами.

$$\widehat{V} = j \sum_{n} (\widehat{\mathbf{S}}_{na} \widehat{\mathbf{S}}_{n+1,a} + \widehat{\mathbf{S}}_{nb} \widehat{\mathbf{S}}_{n+1,b})$$
(3)

Подействуем оператором возмущения (3) на волновую функцию возбужденного состояния (2)

$$\widehat{V}\psi_{1,k} = \frac{j}{2}(\psi_{1,k+1} + \psi_{1,k-1}) + c\psi_2$$

где ψ_2 - некоторая волновая функция состояния с двумя димерами в возбужденном состоянии. В первом порядке теории возмущений нас интересует результат, соответствующий наличию только одного димера в возбужденном состоянии.

В импульсном пространстве матрица возмущения примет диагональный вид. Воспользуемся преобразованием Фурье для волновой функции, *α* - расстояние между димерами.

$$\psi_1(\kappa) = \sum_k e^{i\kappa\alpha k} \psi_{1,k}$$
$$\widehat{V}\psi_1(\kappa) = \sum_k e^{i\kappa\alpha k} \widehat{V}\psi_{1,k} = \frac{j}{2} \sum_k e^{i\kappa\alpha k} (\psi_{1,k+1} + \psi_{1,k-1}) =$$
$$= \frac{j}{2} (e^{-i\kappa\alpha k} + e^{i\kappa\alpha k}) \psi_1(\kappa) = j\cos(\kappa\alpha)\psi_1(\kappa)$$

В итоге, поправка первого порядка по энергии для возбужденного состояния:

$$E^{(1)}(\kappa) = j\cos(\kappa\alpha)$$

Поправка первого порядка для основного состояния оказывается нулевой. Таким образом возбуждения преобретают дисперсию со спектром (4).

$$\varepsilon = J + j\cos(\kappa\alpha) \tag{4}$$

Для антиферромагнитного взаимодействия j > 0, поэтому минимум энергии соответствует $\kappa \alpha = \pi$. При наличии у системы ветви одночастичных возбуждений $\varepsilon(\kappa)$ в энергетическом спектре с необходимостью существует двухчастичный континуум возбуждений E(k), определяемый условием:

$$E(k) = \varepsilon(\frac{k}{2} + \xi) + \varepsilon(\frac{k}{2} - \xi)$$



Рис. 2: Спектр одночастичных возбуждений (синяя кривая) и двухчастичный континуум (красная область), полученные в рамках теории возмущений для j = 0.1.

Границы континуума соответствуют $\xi = 0$ и π .

Для системы с произвольным соотношением *j* и *J* для получения спектра требуется вычислять следующие порядки теории возмущений либо использовать численные методы.



Рис. 3: Спектр возбуждений для спиновой лестницы при J = j. Энергия и волновое число отложены в относительных единицах. Триплету соответствует тонкая сплошная линия. Двухчастичный континуум соответствует заштрихованной зоне. Также отмечены двухтриплетные связанные состояния: S=0 - толстая сплошная линия, S=1 - толстая пунктирная линия. Рисунок на основе рисунка из работы [1].

На рис. 3 представлен спектр возбуждений в спиновой лестнице с параметром j = J полученный в работе [1]. Спектр одночастичных возбуждений в этом случае обладает сла-

бым минимумом при k=0, которого не было в модели J ≫ j. С ростом j двухчастичный континуум смещается вниз и начинает пересекаться с одночастичными состояниями. Интересной особенностью спектра возбуждений при большом j является наличие связанных двухчастичных состояний, лежащих ниже континуума.

1.2 Поведение системы с щелью в энергетическом спектре в магнитном поле

Рассмотрим систему, особенностью спектра которой является наличие немагнитного синглетного (S=0) основного состояния и возбужденного триплетного (S=1) состояния, отделенного от основного щелью обменной природы.

Простейшим примером такой системы является антиферромагнитный димер спинов 1/2. Запишем гамильтониан системы с учетом обменного взаимодействия.

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{H}} &= J\widehat{\mathbf{S}}_{1}\widehat{\mathbf{S}}_{2} + g\mu\mathbf{H}(\widehat{\mathbf{S}}_{1} + \widehat{\mathbf{S}}_{2}), \mathbf{H} \| z \\ 2\mathbf{S}_{1}\mathbf{S}_{2} &= \mathbf{S}^{2} - \mathbf{S}_{1}^{2} - \mathbf{S}_{2}^{2}, \mathbf{S}_{1} + \mathbf{S}_{2} = \mathbf{S} \\ \widehat{\mathcal{H}} &= J/2(\widehat{\mathbf{S}}^{2} - \widehat{\mathbf{S}}_{1}^{2} - \widehat{\mathbf{S}}_{2}^{2}) + g\mu H(\widehat{\mathbf{S}}_{1z} + \widehat{\mathbf{S}}_{2z}) \end{aligned}$$

Состояние данной квантовой задачи задается следующими квантовыми числами: полным спином системы и его проекцией на ось z, которая соответствует направлению внешнего поля. Ниже представлен спектр системы. Наблюдается расщепление по полю состояния с полным спином равным единице, между расщепленными полем подуровнями возможны ЭПР переходы. В такой системе между состояниями с полным спином нуль и единица есть энергетическая разница Δ равная при нулевом значении поля обменному интегралу. Схема расщепления представлена на рис. 4.

- $|00\rangle : E = -3/4J$
- $|11\rangle: E = 1/4J + g\mu H$
- $|10\rangle : E = 1/4J$
- $|1-1\rangle: E = 1/4J g\mu H$

Опираясь на статистическую физику, найдем среднее значение магнитного момента системы. Для этого воспользуемся полученным выше спектром.

$$\langle M \rangle = \frac{g\mu_B e^{g\mu_B H/T - \Delta/T} - g\mu_B e^{-g\mu_B H/T - \Delta/T}}{1 + e^{g\mu_B H/T - \Delta/T} + e^{-g\mu_B H/T - \Delta/T} + e^{-\Delta/T}} = \frac{2g\mu_B e^{-\Delta/T} \sinh\left(g\mu_B H/T\right)}{1 + e^{-\Delta/T}(1 + 2\cosh\left(g\mu_B H/T\right))}$$

На рис. 5 представлены результаты модельных расчетов задачи с димером. Для расчетов выбраны следующие величины: g = 2 и $\Delta = 10$ K, значения выбранных полей и температур нанесены на графики. Также для сравнения построены кривые для невзаимодействующих спинов 1/2. При высоких температурах, существенно больших величины обменного взаимодействия, как и ожидалось температура размывает уровни и система димеров ведет себя как система невзаимодействующих спинов. При низких температурах



Рис. 4: Схема расщепления уровней и схема изменения основного состояния при критическом поле для антиферромагнитного димера.



Рис. 5: Зависимость намагниченности от температуры и магнитного поля для антиферромагнитного димера и ее сравнение со случаем невзаимодействующих спинов.

и высоких полях наблюдается выход на насыщение намагниченности, это означает, что спины максимально упорядочены по полю. Но при низких температурах и слабых полях у намагниченности димера наблюдается качественное отличие от невзаимодействующих спинов: при малых полях на кривой намагничивания имеется участок с практически нулевым значением магнитного момента.

Для полноты анализа рассмотрим теперь подробнее ассимптотику восприимчивости при низких температурах. При малых значениях поля основной вклад дает экспоненциально убывающий множитель, зависящий от величины обменного взаимодействия, с ростом поля картина меняется, наступает момент когда поле достигает критического значения и основным состоянием становится не состояние со спином нуль, а состояние со спином единица, это видно наглядно на рис. 4, то есть системе выгоднее принимать состояние с полным спином единица, при этом восприимчивость растет, а не падает, в отличии от низких полей, где система стремится к основному состоянию со спином нуль. Значение этого критического поля с точностью до размерного множителя равно величине обменного взаимодействия.

В реальных кристаллах возбужденное состояние становится делокализованным и может перемещаться по кристаллу. В качестве простейшей модели рассмотрим возбуждение в одномерном случае со спектром вида $E = \Delta + \frac{A(1 - \cos ka)}{2}$, A > 0, k будем отсчитывать от минимума спектра, спектр такого возмущения представлен на рис. 6.



Рис. 6: Модельный спектр для вычисления восприимчивости.

Задачу также решаем, как и в случае изолированных димеров, опираясь на статистическую физику. Только в этом случае вычисляется интеграл по допустимым k.

$$\begin{split} \langle M \rangle &= \left(\int_{-\pi/a}^{\pi/a} \mu_B g e^{g\mu_B H/T - \Delta/T + A(1 - \cos ka)/(2T)} dk - \int_{-\pi/a}^{\pi/a} \mu_B g e^{-g\mu_B H/T - \Delta/T + A(1 - \cos ka)/(2T)} dk \right) \times \\ & \times \left(2\pi/a + \int_{-\pi/a}^{\pi/a} e^{-g\mu_B H/T - \Delta/T + A(1 - \cos ka)/(2T)} dk + \int_{-\pi/a}^{\pi/a} e^{-g\mu_B H/T - \Delta/T + A(1 - \cos ka)/(2T)} dk + \int_{-\pi/a}^{\pi/a} e^{-\Delta/T + A(1 - \cos ka)/(2T)} dk + \int_{-\pi/a}^{\pi/a} e^{-\Delta/T + A(1 - \cos ka)/(2T)} dk \right)^{-1} = \\ &= \frac{2g\mu_B e^{-\Delta/T} \sinh\left(g\mu_B H/T\right) I_0(A/2T)}{1 + e^{-\Delta/T}(1 + 2\cosh\left(g\mu_B H/T\right)) I_0(A/2T)} \end{split}$$

*I*₀ - функция Бесселя нулевого порядка, полученная при интегрировании по k.

На рис. 7 и рис. 8 приведены зависимости магнитного момента системы от температуры и поля соответственно. При A=0 результат соответствует разобранному ранее случаю несвязанных димеров. При A ≠ 0 низкотемпературные кривые намагничивания сохраняют ту же качественную зависимость, но возникает некоторый сдвиг кривых намагничивания.



Рис. 7: Зависимость магнитного момента от температуры для системы связанных димеров.



Рис. 8: Зависимость магнитного момента от поля для системы связанных димеров. 1К по оси абсцисс соответствует полю 7444 Э.

Рассмотрим теперь низкотемпературный предел $T \ll \Delta$, $T \ll A$ и при условии, что поле $g\mu_B H \ll T$. Ассимптотика модифицированной функции Бесселя:

$$I_0(z) \sim \frac{e^z}{\sqrt{z}}, z \to \infty$$

Тогда низкотемпературный предел для магнитной восприимчивости:

$$\chi \propto \frac{e^{-\frac{\Delta}{T}}}{\sqrt{T}}$$

2 Основы методики ЭПР

2.1 Явление резонансного поглощения

Рассмотрим модельную задачу: спин 1/2 в магнитном поле. Под действием поля появляются два уровня по энергии, соответствующие положительной и отрицательной проекции спина на направление поля. Разность энергий между ними равна $g\mu_B H$. При дополнительном приложении переменного магнитного поля на частоте ν возможны резонансные переходы между этими уровнями при условии, что $g\mu_B H = h\nu$, где H - величина постоянного магнитного поля

Перейдем к многочастичной системе невзаимодействующих спинов. В этой системе мощность поглощения будет зависеть от двух процессов: излучения и поглощения, поэтому

она будет пропорциональна разности заселенностей и вероятности переходов:

$$P = h\nu(N_1 - N_2) = h\nu(n_1 - n_2)p$$

 $N_{1,2}$ - количество переходов с поглощением и излучением соответственно, $N_1 = n_1 p_1$, $N_2 = n_2 p_2$, $p_1 = p_2 = p$, $n_{1,2}$ - заселенность уровней, p - вероятность перехода в единицу времени, $N_0 = n_1 + n_2$ - количество частиц в системе

Разность заселенностей уровней определяется статистически. Предполагается, что время релаксации в системе достаточно маленькое, что дает системе возможность почти мгновенно достигать тепловое равновесие. Здесь под релаксацией подразумеваются безизлучательные переходы.

$$n_{1}/n_{2} = e^{-g\mu_{B}H/T}$$

$$n_{1}(1 + e^{-g\mu_{B}H/T}) = N_{0}$$

$$n_{2}(1 + e^{g\mu_{B}H/T}) = N_{0}$$

$$n_{1} = N_{0}\frac{e^{g\mu_{B}H/2T}}{e^{-g\mu_{B}H/2T} + e^{g\mu_{B}H/2T}}$$

$$n_{2} = N_{0}\frac{e^{-g\mu_{B}H/2T}}{e^{-g\mu_{B}H/2T} + e^{g\mu_{B}H/2T}}$$

$$n_{1} - n_{2} = N_{0} \tanh(g\mu_{B}H/2T)$$

Вернемся к вероятности перехода: исходя из золотого правила Ферми, она пропорциональна квадрату модуля матричного элемента возмущения, в качестве невозмущенных состояний берутся состояния с различной проекцией спина на направление постоянного поля. В нашей задаче, связанной с ЭПР, возмущением является переменное поле амплитуды A, поляризованное перпендикулярно расщепляющему полю и записывается в виде: $\hat{V} = g_0 \mu_B A \hat{S}_x \cos(\omega t) = \hat{F} \cos(\omega t)$. В итоге вероятность перехода:

$$p \propto \left| \langle -1/2 | \hat{F} | 1/2 \rangle \right|^2$$

А поглощаемая мощность:

$$P \propto (N_0/h) \tanh \left(g\mu_B H/2T\right) \left(g_0\mu_B A\right)^2 \left|\langle -1/2|\hat{S}_x|1/2\rangle\right|^2$$

2.2 Резонансное поглощение в спин - щелевом магнетике.

Как было сказано выше поглощаемая мощность при резонансе определяется заселенностью уровней, определяемой больцмановскими экспонентами, и вероятностью перехода, определяемой золотым правилом Ферми $p \propto \left| \langle i | \hat{S}_x | j \rangle \right|^2$. Золотое правило Ферми определяет также и правила отбора: $\Delta S_z = \pm 1$ и уровни *i* и *j* должны входить в один спиновый мультиплет.

Поэтому в спин - щелевом магнетике возможно резонансное поглощение (в полях меньше критического поля закрытия спиновой щели) только за счет переходов между расщепленными манитным полем подуровнями триплетного состояния. Переход между основным (S=0) и триплетным (S=1) состояниями запрещен правилами отбора. Таким образом интенсивность резонансного поглощения в спин - щелевом магнетике определяется количеством термоактивированных триплетных возбуждений и при низких температурах экспоненциально вымерзает.

2.3 Постановка эксперимента

2.3.1 Общие принципы

Экспериментально явление ЭПР наблюдают на фиксированной частоте переменного излучения, при этом плавно изменяют магнитное поле, которое отвечает за разницу энергий между уровнями. Из приведенной выше формулы видно, что поглощаемую мощность можно увеличить за счет увеличения амплитуды переменного поля. Для увеличения чувствительности используют резонатор, который на частотах сантиметрового и миллиметрового диапазона представляет из себя полость с проводящими стенками. Накопление энергии в резонаторе происходит из-за многократного отражения падающей волны, волны образованные таким образом интерферируют и в свою очередь образуют стоячую волну, амплитуда которой нарастает за счет отражений. Образец помещают в резонатор и его положение в полости подбирают так, чтобы он оказался в пучности переменного магнитного поля правильной поляризации.

Поглощение мощности в образце, наблюдаемое в эксперименте связано с мнимой частью восприимчивости образца $P_L = \pi \nu \chi'' \int_s h^2 dV$, где $\int_s h^2 dV$ - интеграл по объему образца от квадрата амплитуды переменного поля. В нашем эксперименте измеряется мощность СВЧ излучения, прошедшего через резонатор с образцом. Связь прошедшей и падающей мощности выражается следующим образом [2]:

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{4\beta_1\beta_2}{(1+\beta_1+\beta_2)^2}$$

 β_1, β_2 - коэффициенты связи отверстий с резонатором при наличии нагрузки

Введем коэффициент отношения мощности потерь в нагрузке (образце) к мощности омических потерь [2]:

$$\eta = \frac{P_L}{P_0} = 4\pi\alpha Q_0 \chi''$$
$$Q_0 = Q_L (1 + \beta_1 + \beta_2)$$

 Q_0 - добротность, связанная с омическими потерями, выраженная через добротность нагруженного резонатора с двумя элементами связи, α - коэффициент заполнения резонатора. Тогда коэффициенты связи резонатора с нагрузкой можно выразить через коэффициенты связи пустого резонатора и мнимую часть восприимчивости образца:

$$\beta_i = \frac{\beta_i^{(0)}}{1+\eta}$$

Выражение для отношения прошедшей и поступающей мощностей будет зависеть от мнимой части восприимчивости следующим образом:

$$\frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{4\beta_1^{(0)}\beta_2^{(0)}}{(1+\beta_1^{(0)}+\beta_2^{(0)})^2} \frac{1}{(1+4\pi\alpha Q_0\chi'')^2}$$

Теперь перейдем к конкретной реализации эксперимента. Исследуемый образец помещался в резонатор спектрометра, представленного на рис. 9. СВЧ - сигнал распростронялся по волноводам. Детектирование производилось по прошедшему сигналу. Сам же резонатор был помещен в рубашку с теплообменным гелием при низком давлении. Постоянное магнитное поле создавалось за счет сверхпроводящего соленоида. Схема установки представлена на рис. 10. Измерения в этом спектрометре проводились на температурах от 1.5 К до 30 К.



Рис. 9: Схема работы спектрометра.



Рис. 10: Схема установки.

Дополнительно была проведена серия экспериментов при температурах до 450 мК. Для этого использовался спектрометр с криостатом откачки ³He, CBЧ-часть этого спектрометра аналогична описанной выше. В качестве источника постоянного поля использовался сверхпроводящий магнит, позволяющий получать поле до 12 Т.

Измерения, проводившиеся при азотной температуре проводились на установке из лаборатории А. Б. Дровосекова, где в качестве источника постоянного поля использовался резистивный водоохлаждаемый магнит, предельное поле которого порядка 1.5 Тл. Особенностью этой установки является изменение направления постоянного поля относительно CBЧ - поля при повороте магнита, это изменяет условие возбуждения резонансных переходов и может приводить к наблюдаемому изменению интенсивности поглощения при повороте поля.

2.3.2 Неоднородность поля в соленоиде

Один из исследуемых образцов (DIMPY) демонстрировал при низких температурах узкие линии поглощения с шириной $\Delta H \approx 10$ Э. В связи с этим оказалось необходимым оценить и изучить неоднородность поля в соленоиде.

Характерные размеры образцов составляют порядка 3 мм, при монтаже образец может смещаться на 3 мм от центра соленоида вдоль оси соленоида и на 10 мм от центра в радиальном направлении.

Было экспериментально промерено распределение осевого поля в соленоиде. Измерения проводились при комнатной температуре. Использовалась пробная катушка из 20 витков, на соленоид подавалось переменное низкочастотное напряжение с частотой около 1 кГц. Сигнал с пробной катушки регистрировался с помощью фазочувствительного детектора, который позволял измерить ЭДС индукции в несколько миливольт. Измерения проводились с шагом в несколько миллиметров. Результаты измерений представлены на рис 11, из него видно положение максимума поля соленоида.



Рис. 11: Сигнал измерительной катушки при ее перемещениии вдоль оси соленоида. Амплитуда подаваемого на соленоид напряжения 10 В.

Для численного моделирования распределения поля в соленоиде конечного размера воспользуемся законом Био - Савара - Лапласа для выделенного кольца в соленоиде. Для удобства перейдем в цилиндрическую систему координат. Вклад всех колец в сумме есть результат интегрирования по области протекания тока. Итоги интегрирования (5),(6) дают возможность вычислить радиальную и осевую компонеты поля в произвольной точке, параметры соленоида, r₀ - радиус вектор к точке наблюдения, ρ , z, ϕ - цилиндрические координаты:

$$B_{\varrho}(r_0) = \frac{\mu_0}{4\pi} j \int dz \int \varrho d\varrho \int d\phi \frac{\cos\phi(z-z_0)}{\left(\left(z-z_0\right)^2 + \varrho^2 + \varrho_0^2 - 2\varrho\varrho_0\cos\phi\right)^{3/2}}$$
(5)

$$B_{z}(r_{0}) = \frac{\mu_{0}}{4\pi} j \int dz \int \varrho d\varrho \int d\phi \frac{\varrho - \varrho_{0} \cos \phi}{\left(\left(z - z_{0}\right)^{2} + \varrho^{2} + \varrho_{0}^{2} - 2\varrho \varrho_{0} \cos \phi\right)^{3/2}} \tag{6}$$

Параметры соленоида, используемого в нашем спектрометре: высота h=62 мм, внешний и внутренний радиусы: R=37 мм, r=13 мм.

Численное интегрирование дает распределения радиального и осевого полей. Результаты численного расчета в сопоставление с экспериментом представлены на рис. 12. Численно получено также поведение модуля и направления вектора поля на масштабах образца рис. 13 и рис. 14.



Рис. 12: Распределение поля по оси соленоида, нормированное на поле в центре. Результаты численного метода - сплошная линия и эксперимента - точки. Часота подаваемого напряжения f= 646 Гц.

Наблюдаемое отклонение поля от значения поля в центре соленоида на расстоянии 1 см от центра составляет около 2 %, отклонение направления поля от оси соленоида составляет до 2 -х градусов на расстоянии 1 см от оси. Таким образом наблюдаемые в поле около 5 кЭ ширины линий резонансного поглощения в 10 Э по всей видимости определяются именно неоднородностью поля на размерах образца.



Рис. 13: Распределение поля в соленоиде, нормированное на поле в центре. Численный результат для различных сечений.



Рис. 14: Отклонение вектора поля от оси соленоида в различных сечениях. Численный результат.

3 Исследуемые объекты

Для исследования были предоставлены образцы семейства низкоразмерных антиферромагнетиков со спином S = 1/2. Характерной особенностью исследуемых соединений является наличие лестничной структуры обменных связей. Подтверждение этого можно найти в работах [3], [5].

Первой из исследованных систем было семейство соединений $Cu(Qnx)Cl_{2(1-x)}Br_{2x}$, сокращенно CQX, с x=0, 0.5, 1, то есть соединения содержащие либо только хлор, либо только бром, а также соединение промежуточной концентрации. Было исследовано три образца: 0, 050B, 100A, цифры - замещение хлора на бром в процентах, A,B - конкретные образецы серии.



Рис. 15: Структура Cu(Qnx)Cl_{2(1-x)}Br_{2x}. Желтым отмечены магнитные ионы меди, образующие лестничную структуру обменных связей. Стрелками показаны основные обменные связи: J_l - по направляющей и J_r - по перекладине лестницы. a, b, c - кристаллографические оси. Рисунок из работы [4].

Структура кристалла CQX представлена на рис. 15. При всех уровнях замещения хлора бромом CQX кристаллизуется в моноклинную кристаллическую решетку C2/m (C³_{2h}) со следующими параметрами кристаллической структуры: a=13.175 Å, b=6.929 Å, c=10.356 Å, β =107.70° для x=0 и a=13.237 Å, b=6.935 Å, c=9.775 Å, β =107.88° для x=1. Магнитными ионами являются ионы меди Cu²⁺. Димеры Cu₂(Cl/Br)₄ формируют "стопки" вдоль оси b моноклинного кристалла. Такая кристаллическая структура приводит к наличию двух основных обменных взаимодействий: взаимодействие внутри димера и взаимодействие вдоль "стопки". То есть геометрия обменных связей соответствует модели спиновой лестницы.

На рис. 16 представлены кривые температурной зависимости восприимчивости для образцов с различным содержанием хлора и брома, полученные в работе [4]. Ниже температуры 15 - 20 К для всех образцов серии наблюдается вымерзание восприимчивости, соответствующее наличию щели в спектре возбуждений, как и ожидается для спиновой лестницы. Из подгонки этих данных были определены значения обменных интегралов по перекладине лестницы и вдоль лестницы (таблица 1).

концентрация	обменный	обменный	J/j
Br, x	интеграл вдоль	интеграл по	
концентрация Br, х	лестниц ј, мэВ	перекладине Ј, мэВ	
0	1.61	2.95	1.83
0.5	1.82	3.10	1.70
1	1.99	3.26	1.64

Таблица 1: Определенные из подгонок температурной зависимости восприимчивости значения обменных интегралов для исследуемых образцов CQX. Данные из работы [4].

Для всех образцов серии обменное взаимодействие по перекладине примерно на 70 % сильнее, чем взаимодействие вдоль лестницы.



Рис. 16: Температурная зависимость восприимчивости для CQX в диапазоне х от 0 до 1. Рисунок из работы [4].

Также исследовалось соединение $(C_7H_{10}N_2)_2$ CuBr₄ известное как DIMPY. DIMPY кристаллизуется в моноклинную кристаллическую решетку $P2_1/n$ (C_{2h}^2). Параметры кристаллической структуры: a=7.50 Å, b=31.61 Å, c=8.21 Å, β =98.97°. На рис. 17 изображен фрагмент структуры кристалла DIMPY. Магнитными ионами являются ионы Cu²⁺, они окружены неправильными тетраэдрами ионов Br. Ионы меди формируют спиновые лестницы направленные вдоль оси **a** кристалла. Особенностью этой структуры является наличие двух типов спиновых лестниц, совмещаемых сдвиговой осью второго порядка. Внутри каждой лестницы все магнитные ионы эквивалентны: имеется центр инверсии по середине "ступеньки", а вдоль направляющих спиновой лестницы магнитные ионы совмещаются трансляцией. Наличие щели в спектре возбуждений DIMPY непосредственно наблюдалось в опытах по неупругому рассеянию нейтронов [7] (рис. 18). Из сравнения с результатами численного моделирования определены значения обменных интегралов j=1.42 мэВ и J=0.82 мэВ, то есть в этом соединении взаимодействие вдоль направления лестницы доминирует.



Рис. 17: Структура лестниц $(C_7H_{10}N_2)_2$ CuBr₄. Голубым отмечены ионы Cu^{2+} , зеленым ионы, d_1 , d_2 - ранги лестниц, а, b - кристаллографические оси. Рисунок из работы [6].

На рис. 18 продемонстированы результаты эксперимента нейтронного рассеяния и модельных расчетов для спектров возбуждения в системе DIMPY. Помимо одномагнонного сотояния наблюдалась и ветвь связанных двухмагнонных состояний (ветвь спектра с большей щелью).



Рис. 18: Спектры возбуждений из работы [7] для системы DIMPY. Результаты эксперемента (слева) и модельного расчета (справа).

4 Результаты и обсуждения

4.1 CQX

4.1.1 Угловая зависимоть *g* - фактора для образцов с различным допированием

В соединении CQX ионы Cu обладают анизотропией g - фактора, которую предлагалось изучить. Кристалл обладает осью симметрии C², образец был помещен так, что поле было перпендикулярно этой оси. Изучалась угловая зависимость спектров ЭПР - поглощения при повороте образца вокруг оси второго порядка для трех образцов с различным замещением хлора на бром. Пример изменения спектров поглощения приведен на рис. 19. Извлеченная из этих спектров зависимость поля резонансного поглощения от ориентации образца приведена на рис. 20 и рис. 21. Наблюдаемое изменение поля резонансного поглощения споля резонансного поглощения споля резонансного поглощения соответствует изменению g - фактора с ориентацией.

Рассмотрим g - фактор, который является тензорной величиной, в базисе собственных векторов этого тензора у него имеются только диагональные компоненты. Один из этих векторов, обозначенный через z, должен совпадать с осью симметрии кристалла, так как димер совмещается сам с собой осью второго порядка. Тогда остается изучить поведение g - фактора в плоскости ху. Эффективный g - фактор можно представить следующим образом:

$$g_{eff}^{2} = g_{1}^{2} \sin^{2} \phi + g_{2}^{2} \cos^{2} \phi$$
$$g_{eff} \mu_{B} H = h\nu$$
$$H = \frac{2\nu}{g_{eff}^{2} \cdot 8} \text{kOe/GHz}$$

где g_1, g_2 - главные значения g - тензора в плоскости (xy), угол ϕ отсчитывается от оси у в плоскости (xy).

В этой модели были определены главные значения g - тензора для всех трех образцов: $g_1=2.07, g_2=2.26$ для x=0 ; $g_1=2.02, g_2=2.18$ для x=1; $g_1=2.09, g_2=2.27$ для x=0.5.

4.1.2 Температурная зависмость спектров поглощения для образцов с различным допированием

В ориентации поля, соответствующей одному из экстремальных значений *g* - фактора, для каждого из образцов были изучены температурные зависимости спектров резонансного поглощения. Примеры полученных спектров показаны на рис. 22, рис. 23, рис. 24. Для анализа полученные спектры подгонялись линией лоренцевой формы и по результатам подгонки определялись положение, ширина линии резонансного поглощения и ее интегральная интенсивность.

На рис. 25 представлены экспериментальные данные температурной зависимости интенсивности резонансного поглощения в исследуемых образцах. Сплошной линией показаны подгоночные кривые, задающиеся уранением $F(T) = \frac{a}{\sqrt{T}}e^{-\frac{\Delta}{T}} + \frac{b}{T}$. Система ведет себя как спин-щелевой магнетик с велечиной щели $\Delta \approx 19$ К. Второе слагаемое для интенсивности описывает ее поведение на более низких температурах и определяет примесный вклад. Также на рис. 25 пунктирными линиями отдельно изображен вклад экспоненциального слагаемого интенсивности для всех трех образцов серии.

Зависимость ширины линии от температуры представлена на рис. 26. Наблюдается сходное поведение вблизи минимума у образца промежуточной концентрации хлора и брома и образца содержащего только бром. Минимум для хлорированного образца смещен по температуре вниз и по величине превосходит минимумы двух других образцов.



Рис. 19: Линии поглощения для CQX x=0 при различных ориентациях относительно внешенего поля, T=4.2 К. Смещение левого пика соотвествует изменению g - фактора. Правый пик соответствует метке ДФПГ (g=2.00). Кривые смещены по оси ординат для наглядности.

Для дальнейшего анализа температурной зависимости ширины необходимо изучить процессы релаксации в системе.



Рис. 20: Угловая зависимость резонансного поля для образцов CQX (0,100A) при фиксированной частоте f=36.4 GHz, T=4.2 К. На графиках исходные данные - круги, дублированые со сдвигом в пол периода - квадраты и треугольники. Кривые - подгонка в модели анизотропного g - фактора.



Рис. 21: Угловая зависимость резонансного поля для образца CQX 050В при фиксированной частоте f=36.5 GHz, T=4.2 К. Кривая - подгонка в модели анизотропного g - фактора.



Рис. 22: Формы линии поглощения для образца CQX x=0 на частоте 36.4 ГГц. Правый пик соответствует метке ДФПГ (g=2.00). Линии смещены вдоль оси ординат для удобства восприятия. Пунктиром показана несмещенная линия при 14.6К для сравнения интенсивности.

Рис. 23: Формы линии поглощения для образца CQX 100A на частоте 36.5 ГГц. Правый пик соответствует метке ДФПГ (g=2.00). Линии смещены вдоль оси ординат для удобства восприятия.

Рис. 24: Формы линии поглощения для образца CQX 050В на частоте 36.5 ГГц. Правый пик соответствует метке ДФПГ (g=2.00). Линии смещены вдоль оси ординат для удобства восприятия.

Рис. 25: Температурная зависимость интенсивности поглощения для серии CQX: x=0 - круги, 100А - треугольники, 050В - квадраты. Сплошные линии соответствуют подгонке по модели, включающей вклад термоактивированных возбуждений и примесный вклад. Пунктирными линиями показаны соответствующие вклады термоактивированных возбуждений.

Рис. 26: Температурная зависимость полуширины линии поглощения для серии CQX: x=0, 100A, 050B. Сплошные линии, соединяющие точки являются вспомогательными.

4.2 DIMPY

4.2.1 Угловая зависимость g - фактора в DIMPY

Угловая зависимость q - фактора в DIMPY изучалась при азотной температуре. Магнитная система DIMPY состоит из двух несвязанных лестниц. Ориентация g - тензора для каждой из лестниц определяется ориентацией тетраэдров ионов брома и не связана с осями кристалла симметрийными ограничениями. Поэтому для установления ориентации g - тензора необходимо измерить угловые зависимости поля резонансного поглощения в нескольких плоскостях. Были проведены несколько серий измерений с вращением поля в следующих плоскостях: серия 1, в которой магнитное поле было перпендикулярно оси b; серия 2, в которой магнитное поле было перпедикулярно оси обратной решетки с^{*}; серия 3, в которой магнитное поле было перпендикулярно оси, лежащей под 45° между осями b и c^* ; серия 5, в которой магнитное поле было перпендикулярно оси, лежащей под 45° между осями **b** и **a**. Такой выбор осей был связан с особенностями естественной огранки кристалла. Измерения в сериях 1, 2 и 5 были выполнены В. Н. Глазковым и предоставлены мне для анализа. В ходе анализа выяснилось, что измерения серии 3 оказались подвержены неконтролируемой систематической ошибке в монтаже образца, данные этой серии приводятся для качественной иллюстрации, в окончательной подгонке они не использовались.

На рис. 27 представлены линии поглощения в различных ориентациях постоянного поля для образца DIMPY из измерений серии 3. В зависимости от ориентации наблюдается одна или две линии поглощения. Наблюдение двух линий поглощения связано с наличием двух типов спиновых лестниц (см. структуру этих лестниц представлены на рис. 17). Слияние этих линий поглощения происходит, когда ориентация обоих типов лестниц эквивалентна относительно поля.

Для анализа измеренные спектры поглощения подгонялись суммой нескольких линий лоренцевой формы. Примеры подгоночных кривых в соответствии с экспериментальными приведены на рис. 28.

Угловая зависимость *g* - фактора для различных серий измерений представлена на рис. 29, рис. 30, рис. 31, рис. 32. Эти зависимости подгонялись в модели анизотропного *g* - фактора, подгоночные кривые использовались для дальнейшего анализа поведения *g* - фактора.

Величины *g* - тензора геометрически описывают эллипсоид с полуосями, величины которых равны главным значениям тензора.

Подгоночные кривые описанные выше и представленные на рис. 30, рис. 31, рис. 32 отвечают поведению g - фактора в различных сечениях эллипса и были использованы для решения задачи о построении эллипса по его сечениям. Так как направление поля изменяется и нас интересует поведение g - фактора в сечениях системы, где он диагонален, неободимо сделать переход в другую систему, такой переход в общем случае осуществляется за счет преобразований Эйлера. Эти оба фактора учитываются в модельном описании g - фактора (7).

$$g_{mod}^2 = g_1^2 (\mathbf{n}_{\rm H} \mathbf{x}_1)^2 + g_2^2 (\mathbf{n}_{\rm H} \mathbf{y}_1)^2 + g_3^2 (\mathbf{n}_{\rm H} \mathbf{z}_1)^2$$
(7)

 $\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1$ - собственные вектора g - тензора, \mathbf{n}_{H} - единичный вектор в направлении поля, g_1, g_2, g_3 - главные значения g - тензора

Отсчет углов Эйлера α, β, γ показан на рис. 33. Пусть XYZ - базис в кристалле, тогда X₁Y₁Z₁ - повернутый относительно кристалла базис *g* - тензора в первой лестнице может быть выражен через углы Эйлера следующим образом :

$$\mathbf{N} = (\cos\alpha, \sin\alpha, 0)$$

H, kOe

Рис. 27: Линии поглощения для DIMPY из измерений серии 3 для различных ориентаций постоянного поля при азотной температуре. Частота переменного поля f=17.27 GHz. Кривые поглощения смещены по оси ординат для наглядности. Правый пик соответствует метке ДФПГ (g=2.00).

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= \mathbf{N}\cos\gamma + [\mathbf{Z}_1, \mathbf{N}]\sin\gamma \\ \mathbf{Y}_1 &= [\mathbf{Z}_1, \mathbf{X}_1] \\ \mathbf{Z}_1 &= \mathbf{Z}\cos\beta + [\mathbf{N}, \mathbf{Z}]\sin\beta \end{aligned}$$

Ось Y в образце - ось второго порядка. За счет этого можно выразить систему координат для второй лестницы через первую путем преобразования симметрии \mathbf{C}^2 : $(x, y, z) \to (-x, y, -z)$.

Задача заключалась в поиске тройки углов Эйлера и трех главных значений *g* - тензора наилучшим образом описывающих одновременно весь набор экспериментальных данных по угловой зависимости *g* - фактора. Кроме этого в серии 1 имелся небольшой неконтролируемый поворот образца, который учитывался введением дополнительного подгоночного параметра. Таким образом в сумме имелось семь подгоночных параметров.

Описанная выше задача решалась в среде разработки matlab. Ее решение заключалось в минимизации невязки между модельными и экспериментальными данными по нескольким переменным. Для упрощения программирования в качестве экспериментальных дан-

Рис. 28: Линии поглощения для DIMPY. Частота переменного поля f=17.27 GHz. Ориентация 231 градус по шкале магнита. Кружками отмечены экспериментальные точки, сплошной линией результат подгонки. Правый пик соответствует метке ДФПГ (g=2.00).

ных использовались не непосредственно измеренные точки, а проведенные через них в модели анизотпропного *g* - фактора кривые. Минимум невязки искался простым симплексным методом. Для поиска истинного минимума алгоритм минимизации многократно запускался со случайными начальными условиями.

После тестирования обнаружилось что величины g_1 и g_2 совпадают с точностью до сотой доли, это совпадение находится в пределах погрешности эксперимента. Поэтому для окончательного анализа мы использовали упрощенную осевую модель (8) с меньшим количеством переменных. В этой модели \mathbf{n}_{g_i} - направляющий вектор отвечающий за свойства g - фактора, отличный для первой и второй лестниц. Для второй лестницы вектор (9) за счет преобразования симметрии представляется в виде (10).

$$g_{eff}^2 = g_{\parallel}^2 (\mathbf{n}_{\rm H} \mathbf{n}_{g_i})^2 + g_{\perp}^2 (\mathbf{n}_{\rm H} \times \mathbf{n}_{g_i})^2 \tag{8}$$

$$\mathbf{n_{g_1}} = \begin{pmatrix} \sin\theta\sin\varphi\\ \cos\theta\\ \sin\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$$
(9)

Рис. 29: Угловая зависимость *g* - фактора для DIMPY из измерений серии 3. Частота переменного поля f=17.27 GHz. Синяя и красная маркировки соответствуют различным лестницам в DIMPY. Сплошными линиями проведены подгоночные кривые.

$$\mathbf{n_{g_2}} = \begin{pmatrix} -\sin\theta\sin\varphi\\ \cos\theta\\ -\sin\theta\cos\varphi \end{pmatrix}$$
(10)

Подгоночными параметрами этой модели являются два угла, определяющих ориентацию главной оси *g* - тензора, два главных значения *g* - фактора и угол разориентации в измерениях серии 1.

Результаты выполнения численной задачи для DIMPY в предположении осевой модели: $g_{\parallel} = 2.30, g_{\perp} = 2.04, \theta = 214^{\circ}, \varphi = -88^{\circ}$, значение угла разориентации составило -2° .

Пример соответствия вычислений и исходных данных для одной из серий измерений представлен на рис. 34.

Рис. 30: Угловая зависимость *g* - фактора для DIMPY из измерений серии 1. Частота переменного поля f=17.32 GHz. Точки соответствуют экспериментальным данным. Сплошной линией проведена подгоночная кривая. Данные предоставлены Глазковым В. Н.

Рис. 31: Угловая зависимость *g* - фактора для DIMPY из измерений серии 2. Частота переменного поля f=17.23 GHz. Синие и красные точки соответствуют различным лестницам в DIMPY. Пунктирными линиями проведены подгоночные кривые. Данные предоставлены Глазковым В. Н.

Рис. 32: Угловая зависимость g - фактора для DIMPY из измерений серии 5. Частота переменного поля f=17.30 GHz. Коричневые и красные точки соответствуют различным лестницам в DIMPY. Сплошными линиями проведены подгоночные кривые. Данные предоставлены Глазковым В. Н.

Рис. 33: Углы Эйлера: α, β, γ . Начальная система координат отмеченая голубым цветом, конечная - красным, N - линия узлов.

Рис. 34: Поведение *g* - фактора для сильно анизотропной компоненты из измерений серии 5 для DIMPY. Сплошная линия - модельное описание, точки - эксперимент.

4.2.2 Низкотемпературные спектры ЭПР - поглощения

Серия измерений на рис. 35 соотвествует температурной зависимости линий поглощения для DIMPY вплоть до 0.45 К. Образец был смонтирован так, что поле было направлено под углом 45° между осями а и b. В этой ориентации, как показало изучение угловых зависимостей, значения g - фактора для лестниц разных типов наиболее сильно отличаются.

При температуре около 3 К наблюдаются две линии поглощения, соответствующие различным лестницам в DIMPY. При дальнейшем понижении температуры начинает наблюдаться расщепление правой линии поглощения на две компоненты, которое исчезает при температуре около 1 К. На самой низкой температуре поглощение в образце почти отсутствует, это связано с понижением заселенности триплетных уровней.

Причины возникновения расщепления правой линии требуют дальнейшего анализа. Однако можно заметить, что правая из расщепленных компонент вымерзает гораздо быстрее левой: если при температуре 1.28 К интенсивности этих компонет сравнимы, то при температурах ниже 0.8 К видна только левая. То есть, хотя обе компоненты демонстрируют щелевое поведение температурной зависимости их интенсивности, величина щели для этих компонент различна. Возможно, появление правой компоненты связано с двухчастичным континуумом либо связанными двухчастичными состояниями (см. рис. 3, рис. 18).

Рис. 35: Линии поглощения для DIMPY. Поле приложено под углом 45° между осями а и b Температурная зависимость в дипазоне от 0.45 K до 3 K. Частота переменного поля f=34.56 GHz.

5 Выводы

Были получены серии спектров резонансного поглощения для соединения типа спиновая лестница CQX с различным содержанием хлора и брома. Изучались температурная зависимость и поведение *g* - фактора в плоскости перпендикулярной оси симметрии второго порядка. Определены главные значения *g* - фактора. Анализ температурной зависимости интенсивности резонансного поглощения для CQX подтверждает наличие щели во всех исследуемых образцах. Порядок величины щели находится в согласии с работой [4].

Для соединения типа спиновая лестница DIMPY, в котором доминирует обменное взаимодействие вдоль спиновых лестниц, были получены угловые зависимости резонансного поля поглощения и низкотемпературные спектры поглощения. Анализ угловых зависимостей в DIMPY показал, что спектры поглощения соответствуют сигналу ЭПР от двух несвязанных спиновых лестниц, отличающихся ориентацией *g* - тензора относительно кристаллографических осей. Численным методом была восстановлена ориентация *g* - тензора относительно осей кристалла и были получены его главные значения. В низкотемпературных спектрах DIMPY было обнаружено появление компоненты, интенсивность которой вымерзает быстрее интенсивности основного сигнала. Возможно этот сигнал связан со связанными состояниями или состояниями двухмагнонного континуума.

6 Благодарности

Автор благодарит за помощь в процессе написания работы и поддержку Глазкова Василия Николаевича и всех сотрудников группы спиновой динамики за дружелюбную и вдохновляющую атмосферу.

Отдельно автор хочет поблагодарить Дровосекова Алексея Борисовича за предоставление оборудования и помощь в проведении эксперимента.

Также автор благодарит профессора Андрея Желудева за предоставление образцов, выращенных в лаборатории нейтронного рассеяния Федеральной технической школы Цюриха (ETH-Zurich), и Кирилла Поварова (ETH-Zurich) за сотрудничество.

Список литературы

- C. Knetter, K. P. Schmidt, M. Gruninger, and G. S. Uhrig, Phys. Rev. Lett., 87, 16 (2001).
- [2] Г. Д. Богомолов, Прикладная электродинамика, Учебное пособие МФТИ, Долгопрудный (1979).
- [3] T. Hong, M. Kenzelmann, M. M. Turnbull, C. P. Landee, B. D. Lewis, K. P. Schmidt, G. S. Uhrig, Y. Qiu, C. Broholm, and D. Reich, *Phys. Rev. B* 74, 094434 (2006).
- [4] Kirill Povarov, arXiv:1402.2532 [cond-mat.str-el], 11 Feb 2014.
- [5] D. Schmidiger, P. Bouillot, S. Muhlbauer, S. Gvasaliya, C. Kollath, T. Giamarchi, and A. Zheludev, Phys. Rev. Lett., 108, 167201 (2012).
- [6] D. Schmidiger, S. Muhlbauer, S. N. Gvasaliya, T. Yankova, and A. Zheludev, Phys. Rev. B., 84, 144421 (2011).
- [7] D. Schmidiger, P. Bouillot, T. Guidi, R. Bewley, C. Kollath, T. Giamarchi, and A. Zheludev, Phys. Rev. Lett., 111, 107202 (2013).