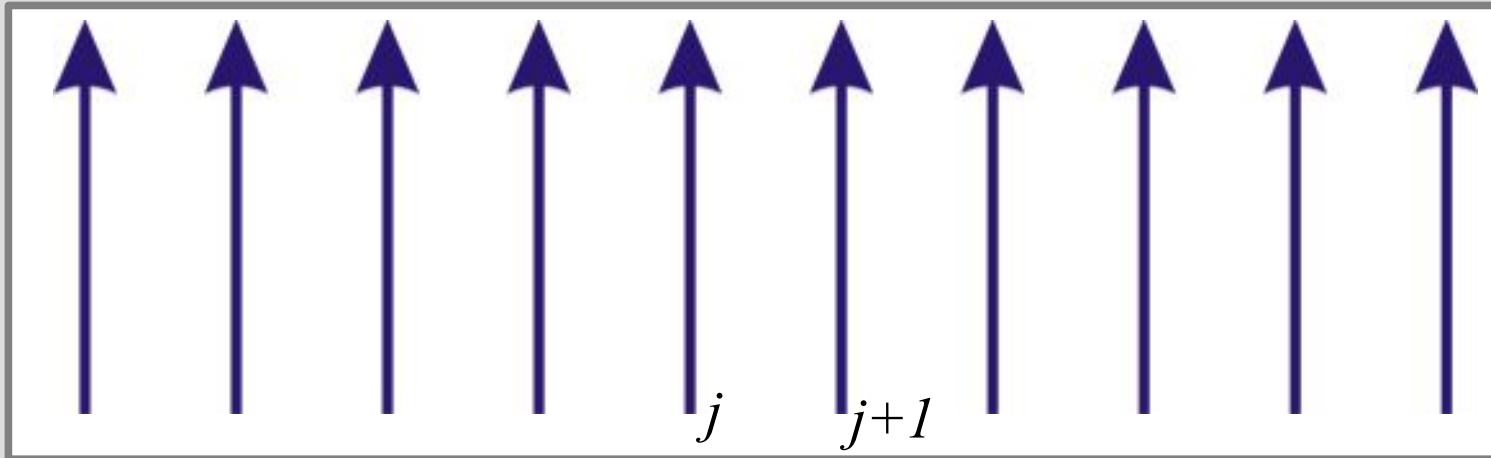


Квантовая макрофизика.

Лекция 14: Разное...



Задача 1. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.

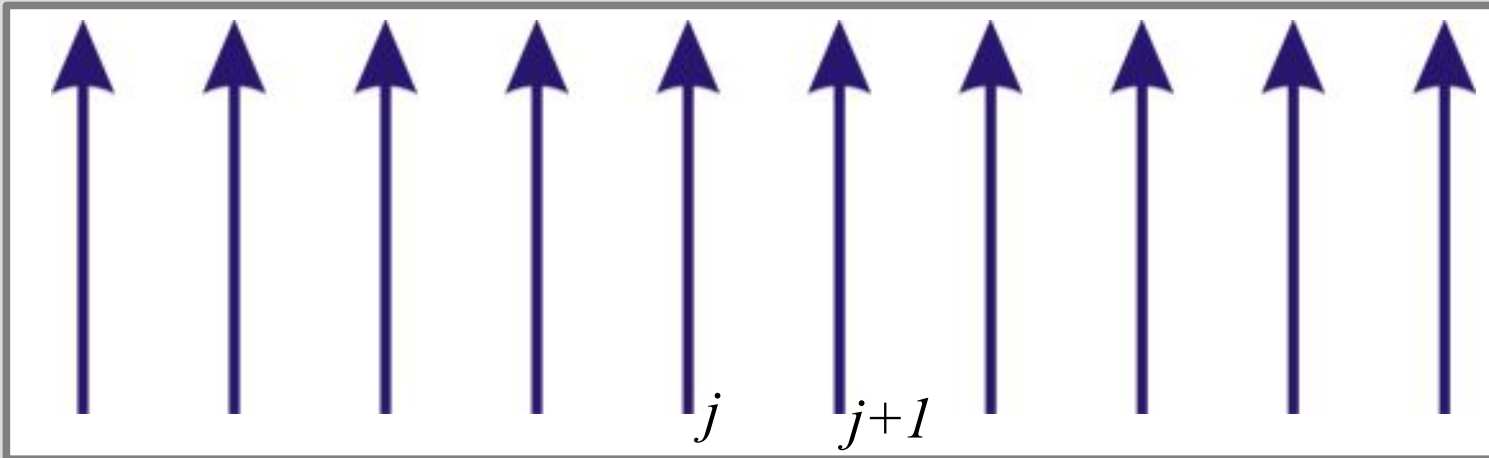


$$S = 1/2$$

$$\hat{H} = J \sum_j \hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1} - 2\mu_B B \sum_j \hat{S}_{Z,j}$$

$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots\rangle$$

Задача 1. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



$$S = 1/2$$

$$\hat{H} = J \sum_j \hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1} - 2\mu_B B \sum_j \hat{S}_{Z,j}$$

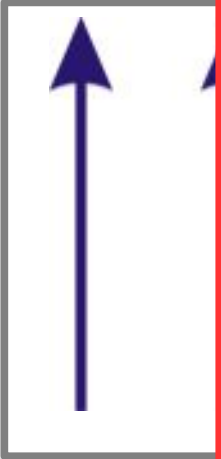
$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi_n = |\dots ++++++ - ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum e^{ikR_n} \psi_n$$

Задача 1. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика

в большой цепи



$$\hat{H} \psi(k) = \left[J \sum \left(S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) =$$

$$= \left(N_{\text{связей}} J \frac{1}{4} - 2 \times 2 \times J \times \frac{1}{4} \right) \psi(k) + \frac{J}{2} (e^{ika} + e^{-ika}) \psi(k) -$$

$$- 2\mu_B B \left(\frac{N_{\text{спинов}}}{2} - 1 \right) \psi(k)$$

$$S = 1/2$$

$$\hat{H} = J \sum_j \hat{\vec{S}}_j \hat{\vec{S}}_{j+1} - 2\mu_B B \sum_j \hat{S}_{z,j}$$

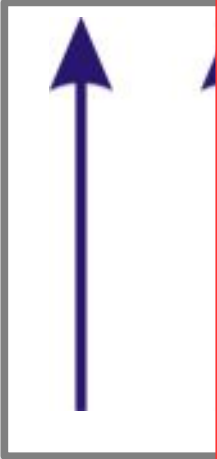
$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots\rangle$$

$$\psi_n = |\dots +++++-++++ \dots\rangle$$

$$\psi(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum e^{ikR_n} \psi_n$$

Задача 1. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика

в большой цепи



$$\hat{H} \psi(k) = \left[J \sum \left(S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) =$$

$$= \left(N_{\text{связей}} J \frac{1}{4} - 2 \times 2 \times J \times \frac{1}{4} \right) \psi(k) + \frac{J}{2} (e^{ika} + e^{-ika}) \psi(k) -$$

$$- 2\mu_B B \left(\frac{N_{\text{спинов}}}{2} - 1 \right) \psi(k)$$

$$S = 1/2$$

$$\hat{H} = J \sum_j \hat{S}_j \hat{S}_{j+1} - 2$$

$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi_n = |\dots ++++++ - ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi(k) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum e^{ikR_n} \psi_n$$

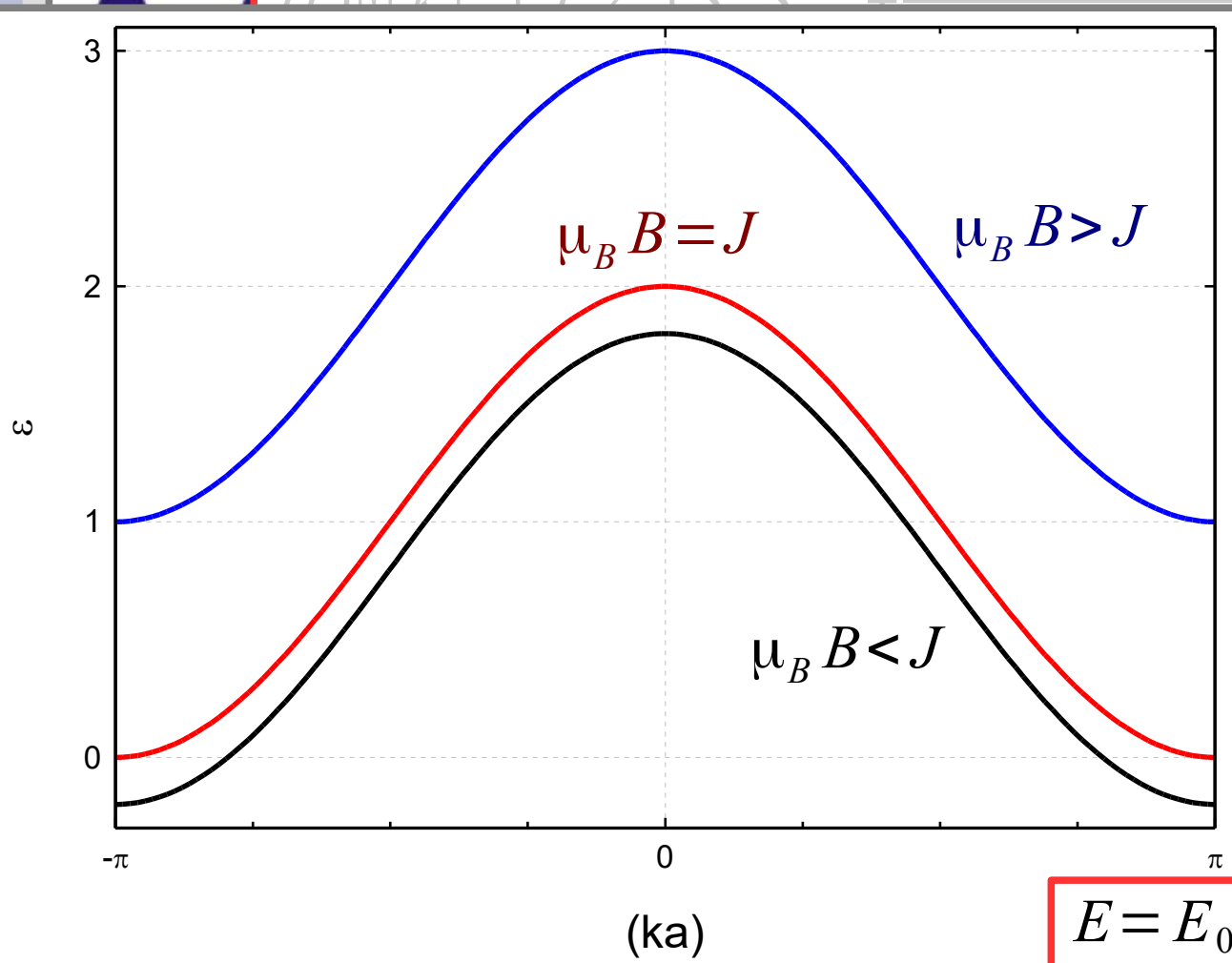
Задача 1. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика

в большом поле

$$\hat{H}_0 \psi(k) = \left[J \sum (S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2}) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) =$$

$$\frac{J}{2} (e^{ika} + e^{-ika}) \psi(k) -$$

$$\mu_B B \psi(k)$$

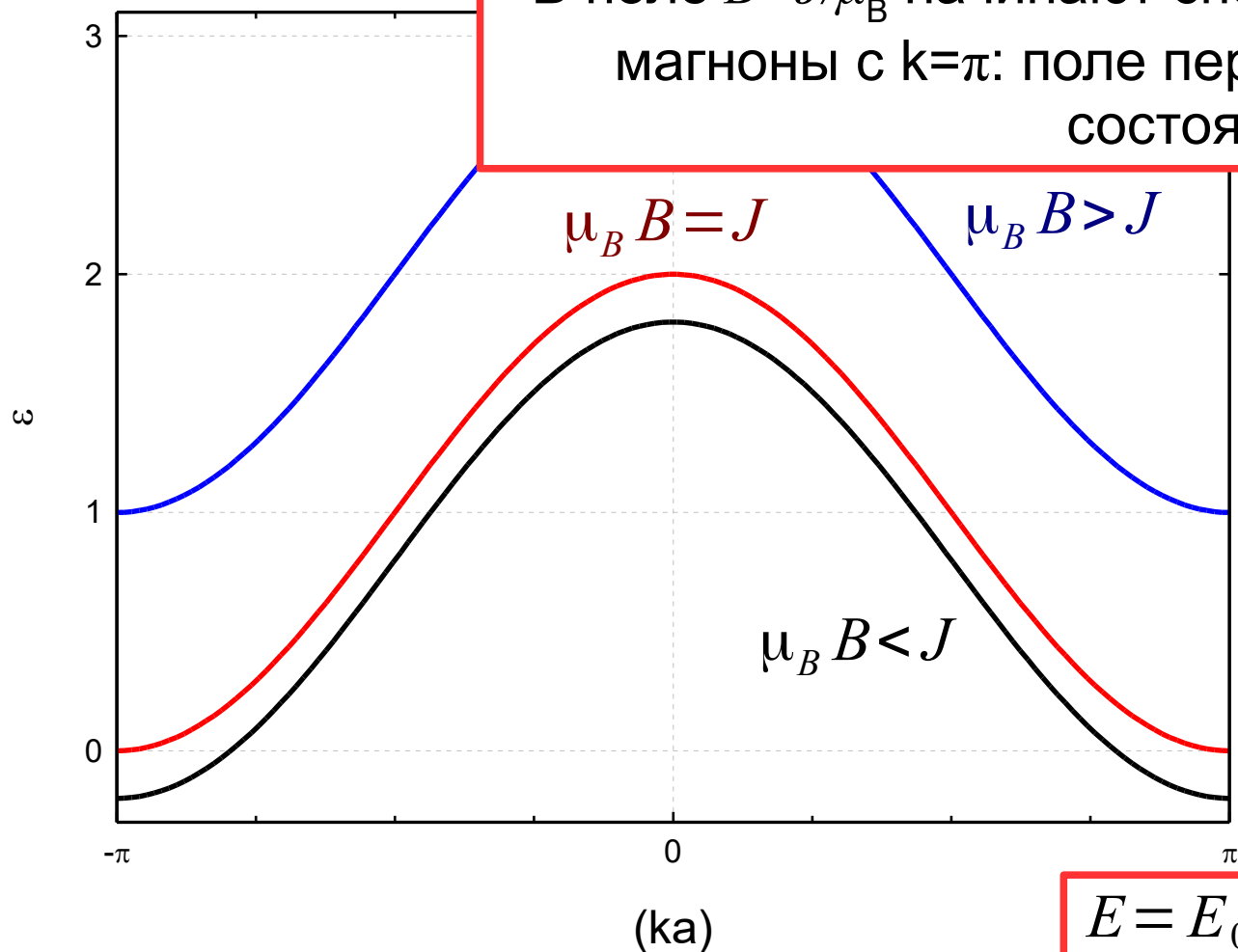


$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

Задача 1. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика

В поле $B=J/\mu_B$ начинают спонтанно образовываться магноны с $k=\pi$: поле перехода в насыщенное состояние.



$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

Часть 2. Магнитные поля в современной физике

Магнитные поля в современной физике

В природе:

- поле Земли ~ 1 Гс
- поле на Солнце ~ 5 кГс
- магнитные поля в атоме
-
- поля для изменения атомных термов
-
- поля в некоторых звёздах (магнетар) $\sim 10^{14}$ Гс



<https://en.wikipedia.org/wiki/Compass>



www.noao.edu

$$\sim \frac{\mu_B}{a^3} \sim 10^4 \text{ Гс}$$

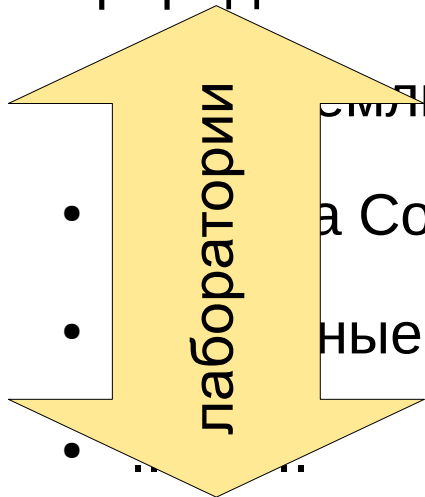
$$\sim \frac{1 \text{ эВ}}{\mu_B} \sim \frac{10^4 \times 10^{-16}}{10^{-20}} \sim 10^8 \text{ Гс} = 10 \text{ кТл}$$



<http://www.eso.org/public/images/eso1415a/>

Магнитные поля в современной физике

В природе:



- поля Земли ~ 1 Гс
- поля Солнца ~ 5 кГс
- сильные поля в атоме
-
- поля для изменения атомных термов
-
- поля в некоторых звёздах (магнетар) ~ 10^{14} Гс



<https://en.wikipedia.org/wiki/Compass>



www.noao.edu

$$\sim \frac{\mu_B}{a^3} \sim 10^4 \text{ Гс}$$

$$\sim \frac{1 \text{ эВ}}{\mu_B} \sim \frac{10^4 \times 10^{-16}}{10^{-20}} \sim 10^8 \text{ Гс} = 10 \text{ кТл}$$



<http://www.eso.org/public/images/eso1415a/>

Магнитные поля 1: до 2 Тл



резистивные водоохлаждаемые
магниты с сердечником
до 1.5-2 Тл
вес около тонны
мощность ~10 кВт

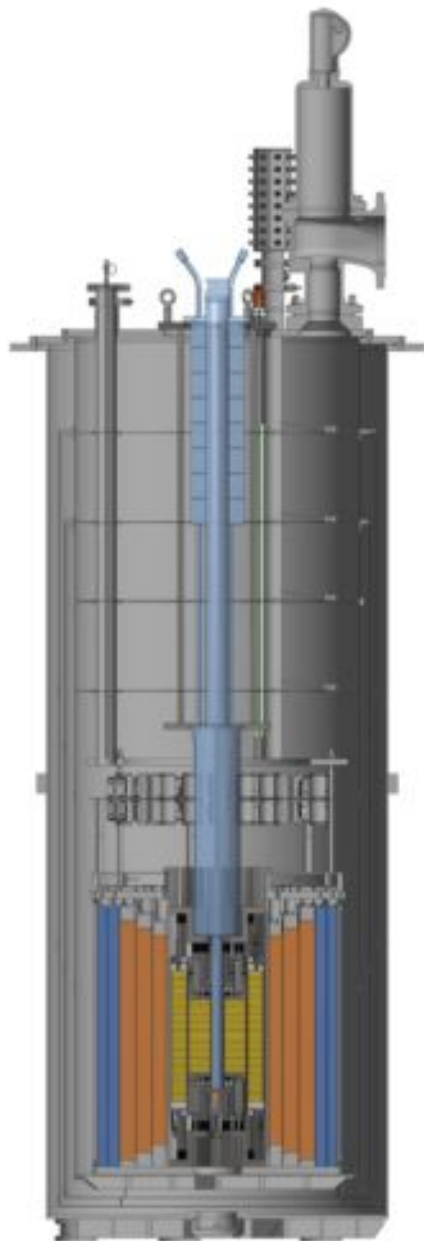
Магнитные поля 2: 10-20 Тл

СВЕРХПРОВОДИМОСТЬ

ограничено H_{c2}
(сверхпроводники II
рода)
требуют температур
жидкого гелия



Магнитные поля 2: рекордный СП-магнит



NHMFL, Талахаси,
Флорида

Поле: 32Тл

Магнитные поля 3: до 40 Тл

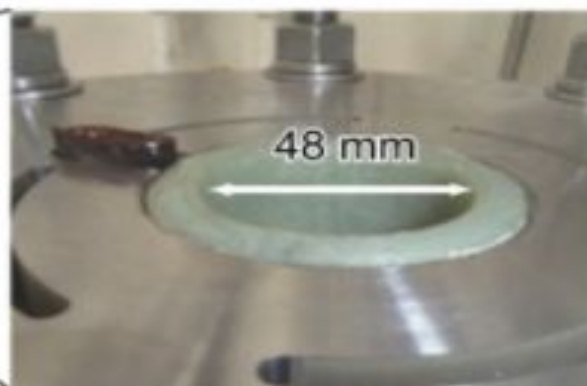
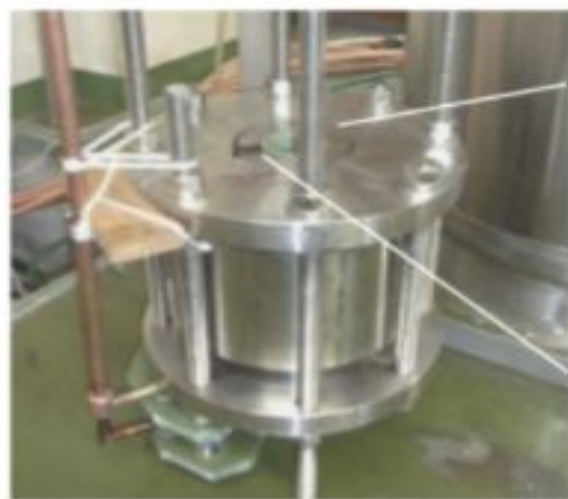
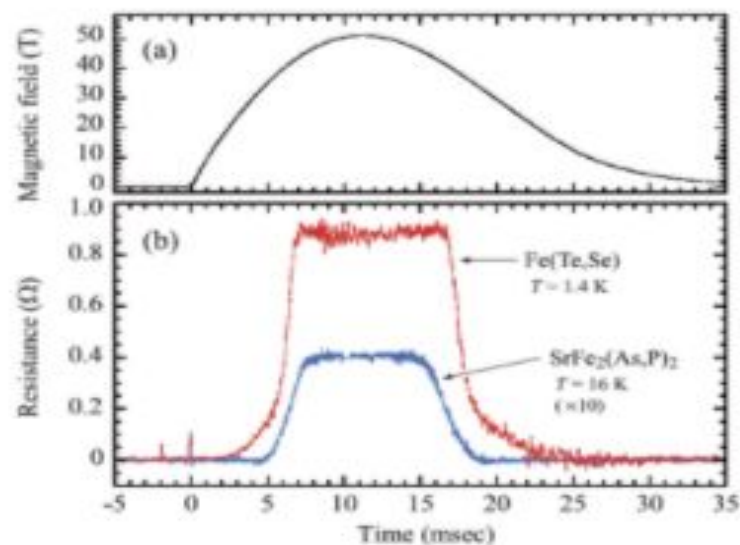
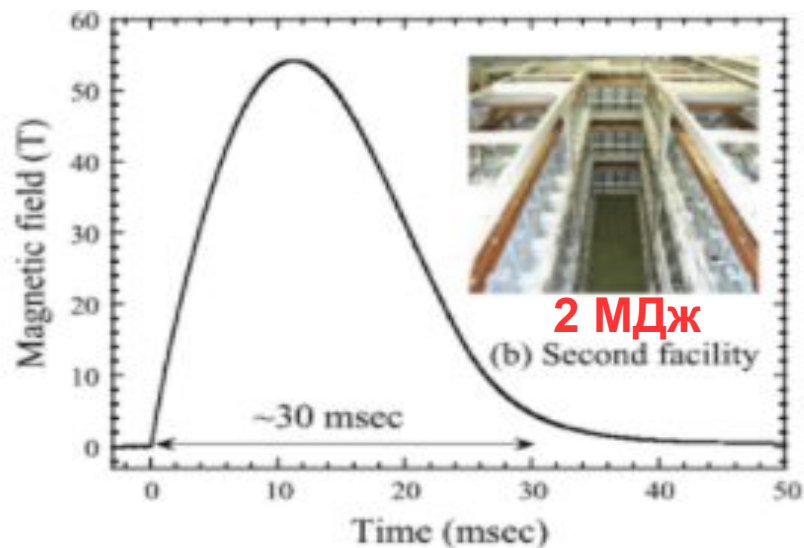
$$B = \mu_0 n I$$

$$W = I^2 \times R$$

35 Тл в области
диаметром 30 мм,
мощность 20 МВт



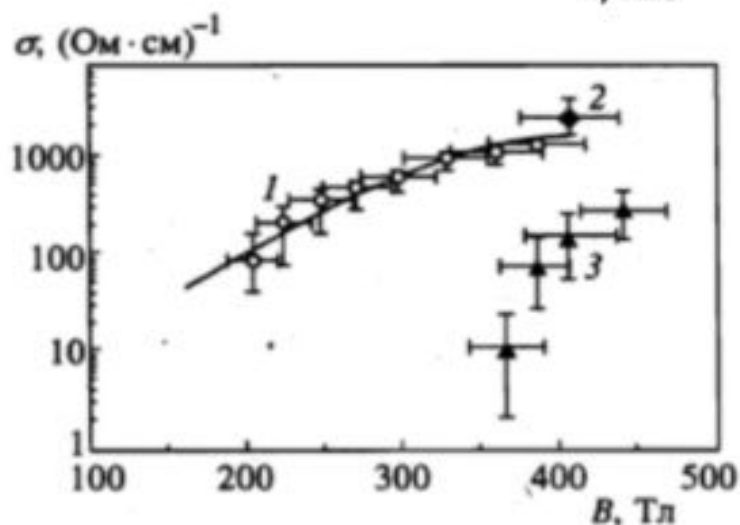
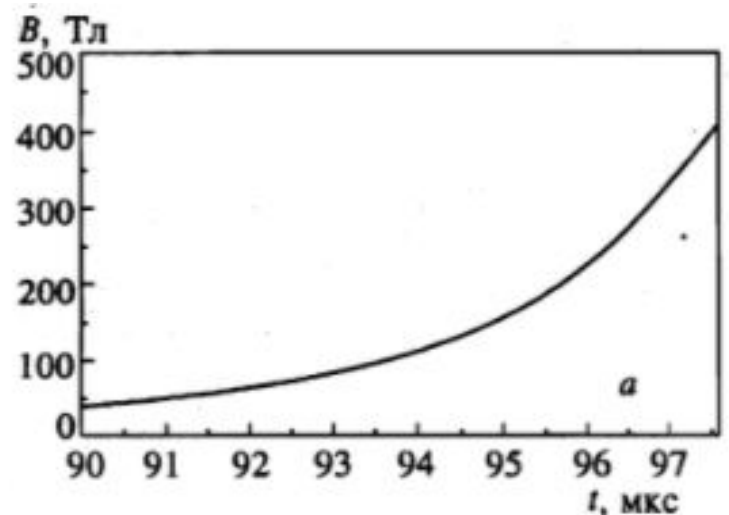
Магнитные поля 4: Импульсные поля до 100 Тл



Магнитные поля 5: Взрывное сжатие до 1000 Тл и даже выше...

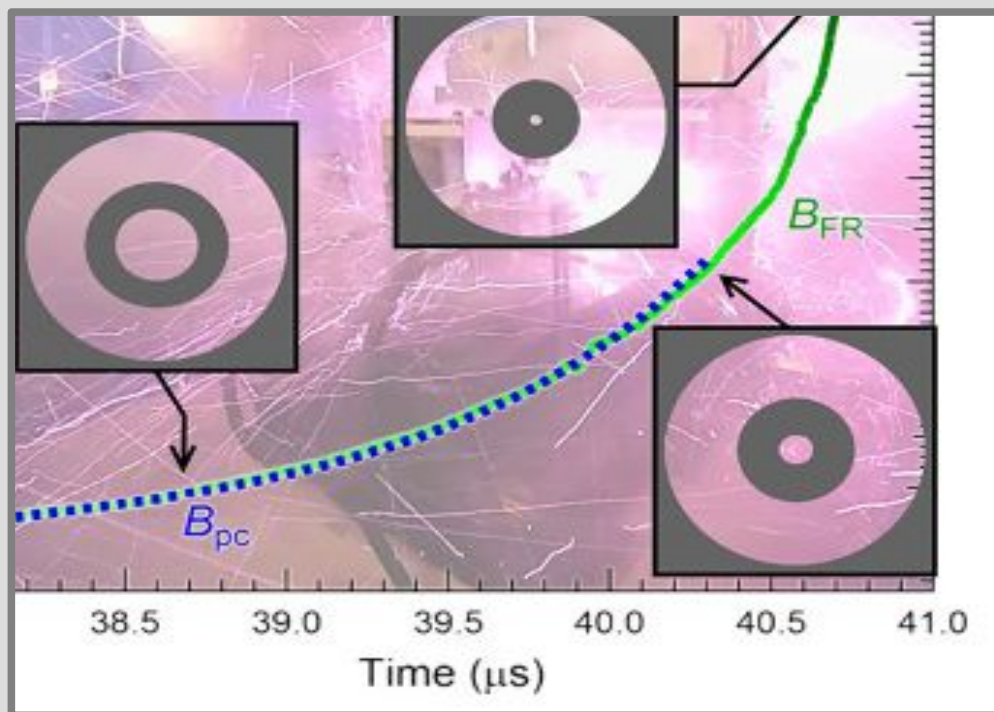


ВНИИЭФ (Саров)

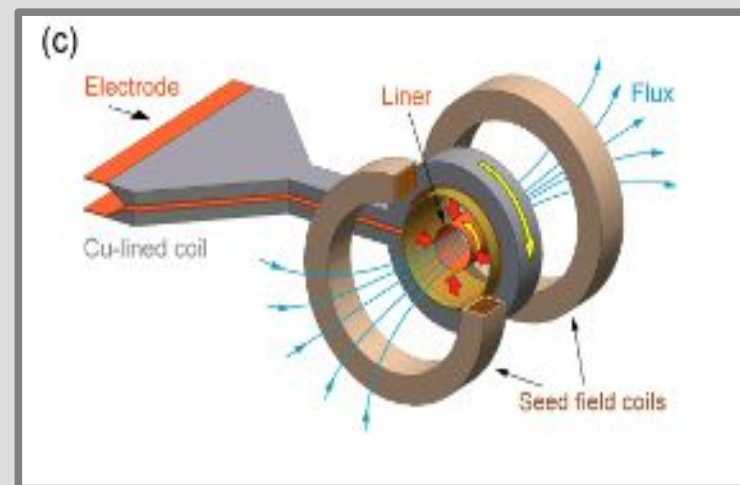


Рекорд «комнатного» магнитного поля 2018

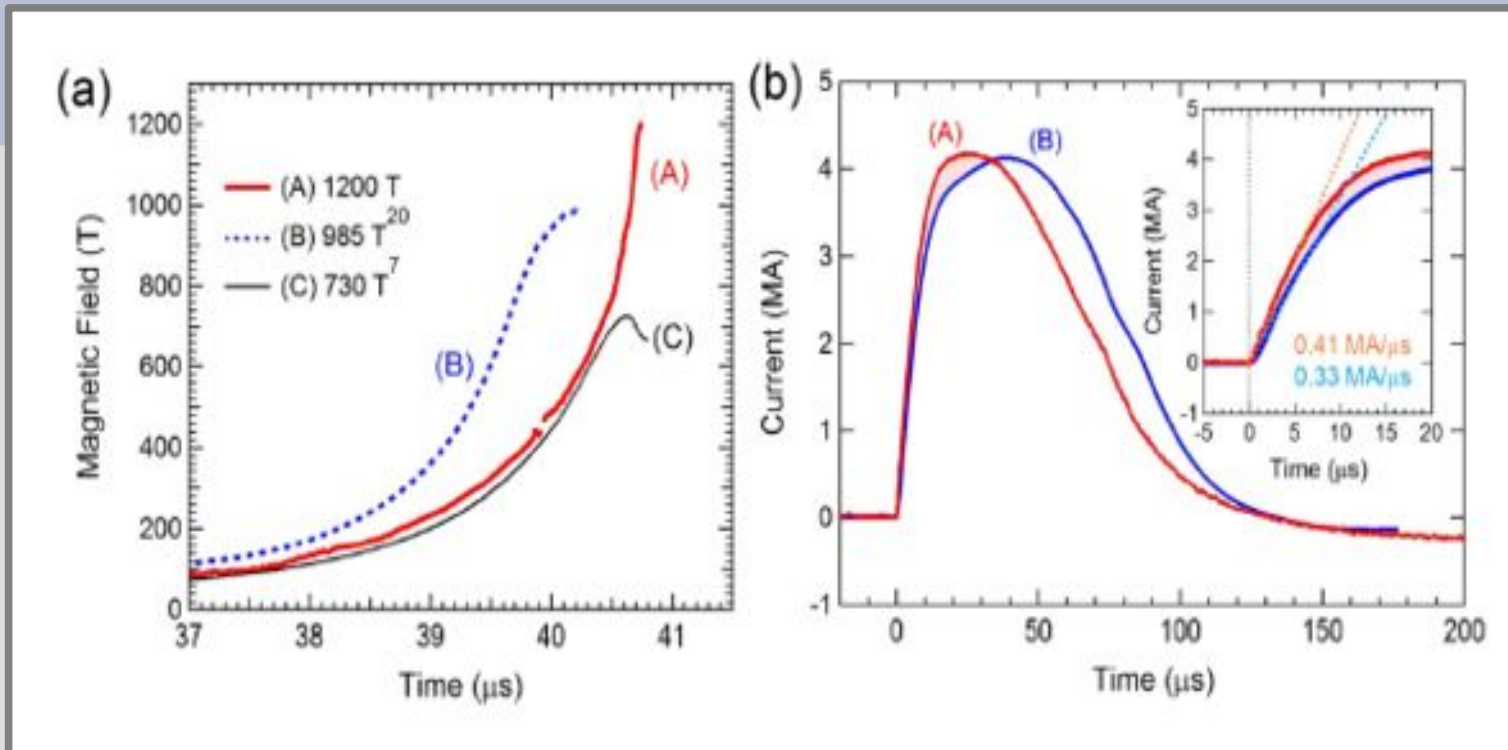
5 МДж, 4 МА, 5 км/сек =
=1200 Тл



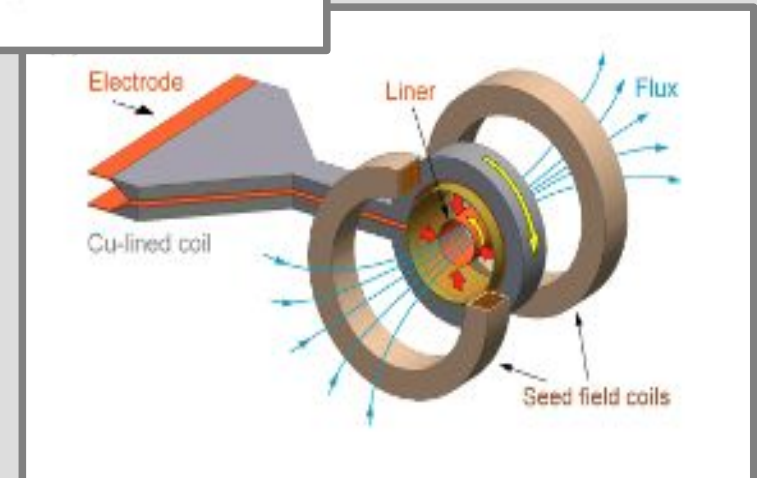
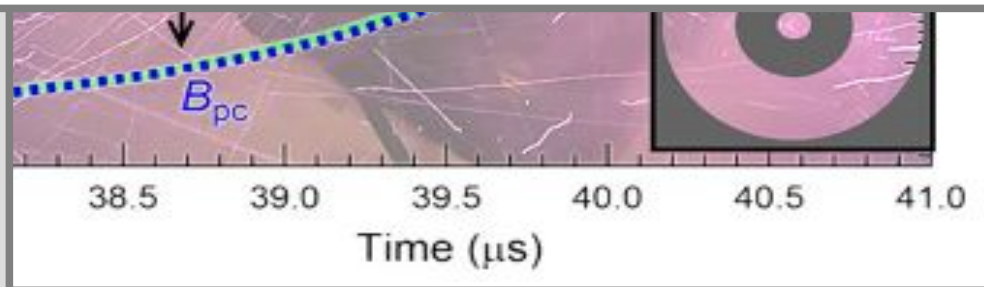
Review of Scientific Instruments 89, 095106
(2018)



Рекорд «комнатного» магнитного поля



, 5 км/сек =
=1200 Тл



Review of Scientific Instruments 89, 095106
(2018)

<https://spectrum.ieee.org/nanoclast/semiconductors/nanotechnology/magnetic-field-record-set-with-a-bang-1200-tesla>

Часть 3. Металлы в магнитном поле.

Магнетосопротивление (наивно)

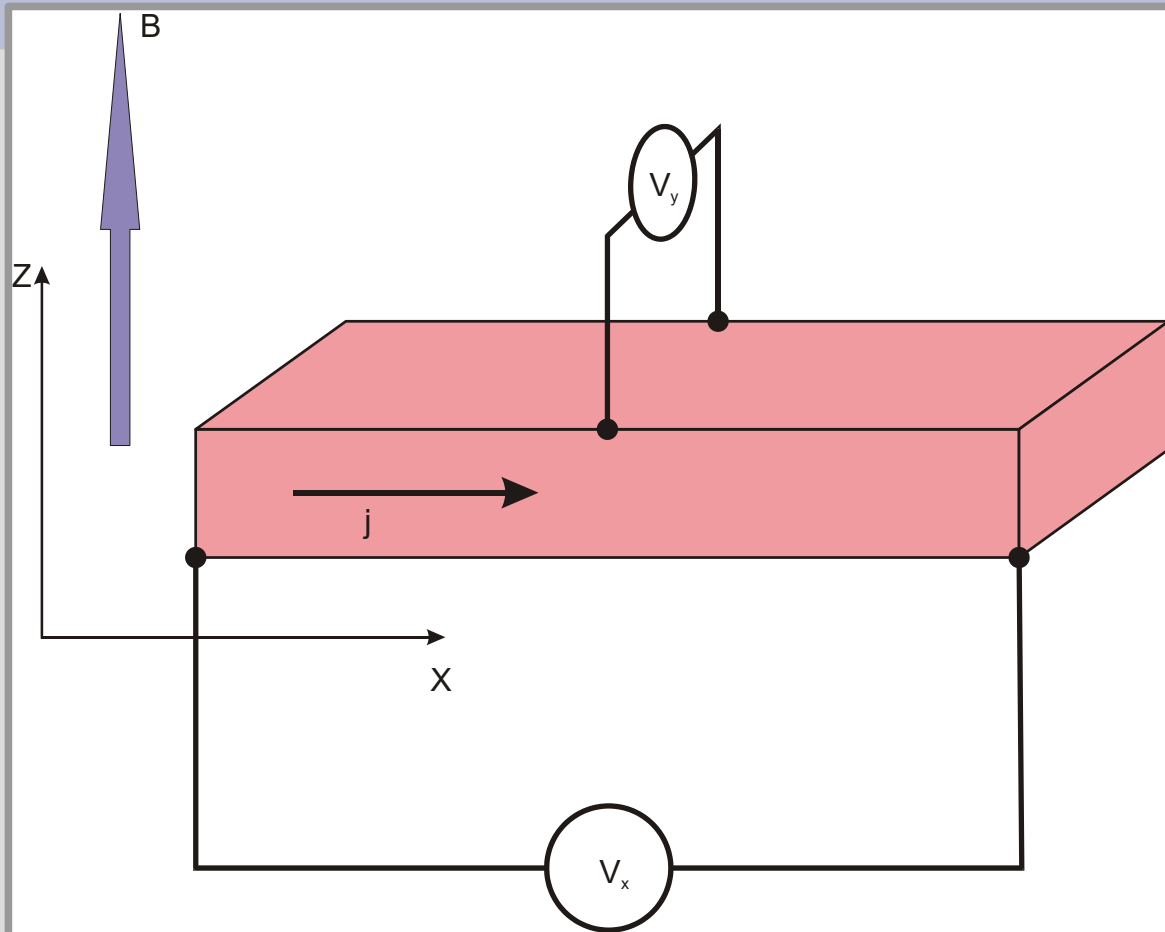


Схема опыта по измерению эффекта Холла.

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = q \vec{E} + \frac{q}{c} \vec{V} \times \vec{B}$$

$$\vec{V}_{dp} = q \left(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{V}_{dp} \times \vec{B} \right) \frac{\tau}{m}$$

$$\hat{\rho} = \frac{1}{\sigma_0} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau \\ \omega_c \tau & 1 \end{pmatrix}$$

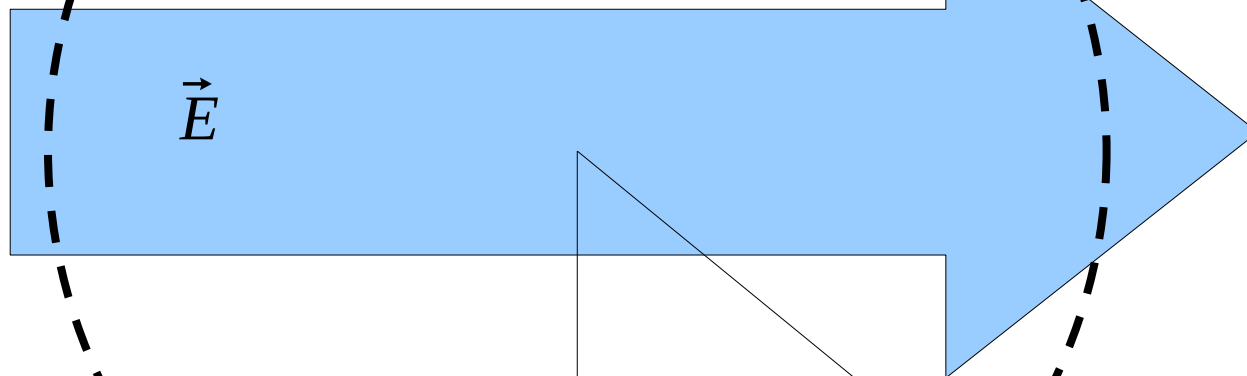
$$\sigma_0 = \frac{ne^2 \tau}{m}$$

$$\omega_c = \frac{eB}{mc}$$

Перенормировка длины пробега

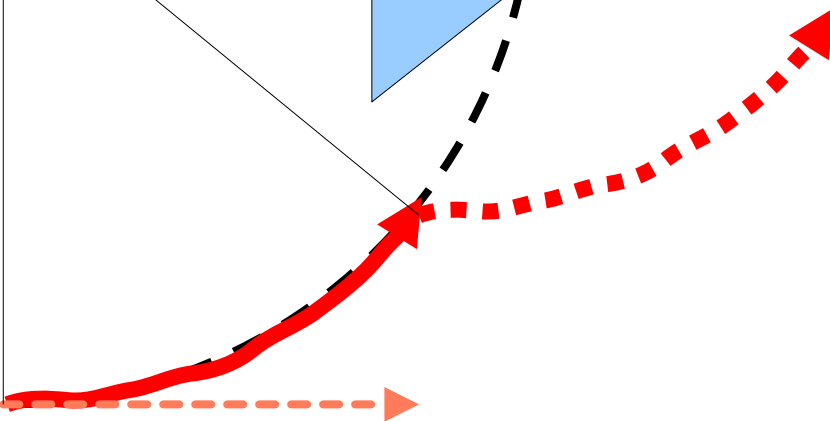


\vec{B}

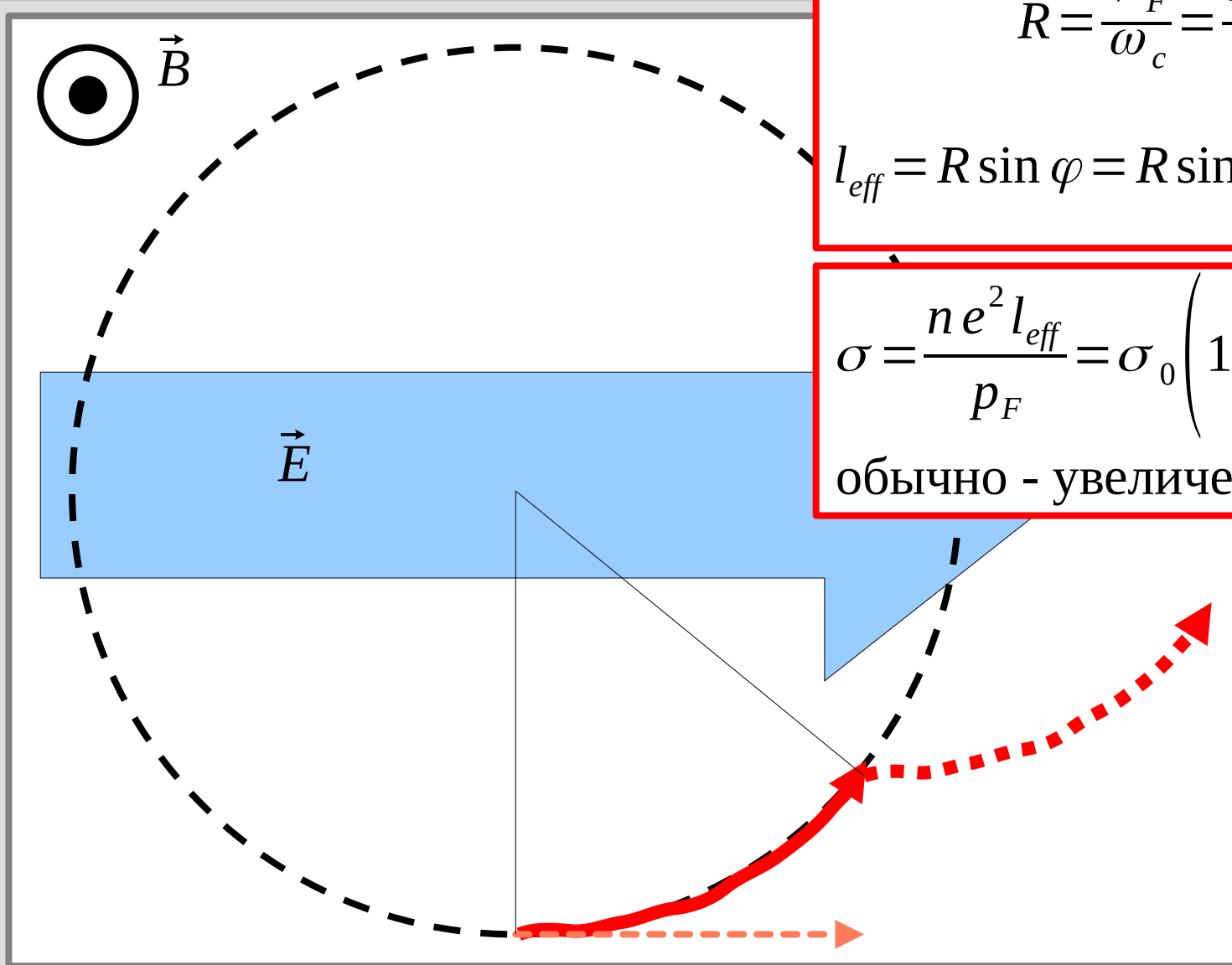


\vec{E}

$$R = \frac{V_F}{\omega_c} = \frac{mcV_F}{eB} \gg l$$
$$l_{eff} = R \sin \varphi = R \sin \frac{l}{R} = l \left(1 - \frac{1}{6} \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right)$$



Перенормировка длины пробега



$$R = \frac{V_F}{\omega_c} = \frac{mcV_F}{eB} \gg l$$

$$l_{eff} = R \sin \varphi = R \sin \frac{l}{R} = l \left(1 - \frac{1}{6} \left(\frac{l}{R} \right)^2 \right)$$

$$\sigma = \frac{ne^2 l_{eff}}{\rho_F} = \sigma_0 \left(1 - \frac{1}{6} \left(\frac{el_0}{c\rho_F} \right)^2 B^2 \right)$$

обычно - увеличение ρ_{xx}

Циклотронное движение при $l \gg R$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e \vec{E}$$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c} [\vec{V}_{sp} \times \vec{B}]$$

Циклотронное движение при $l \gg R$

$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -e \vec{E}$$

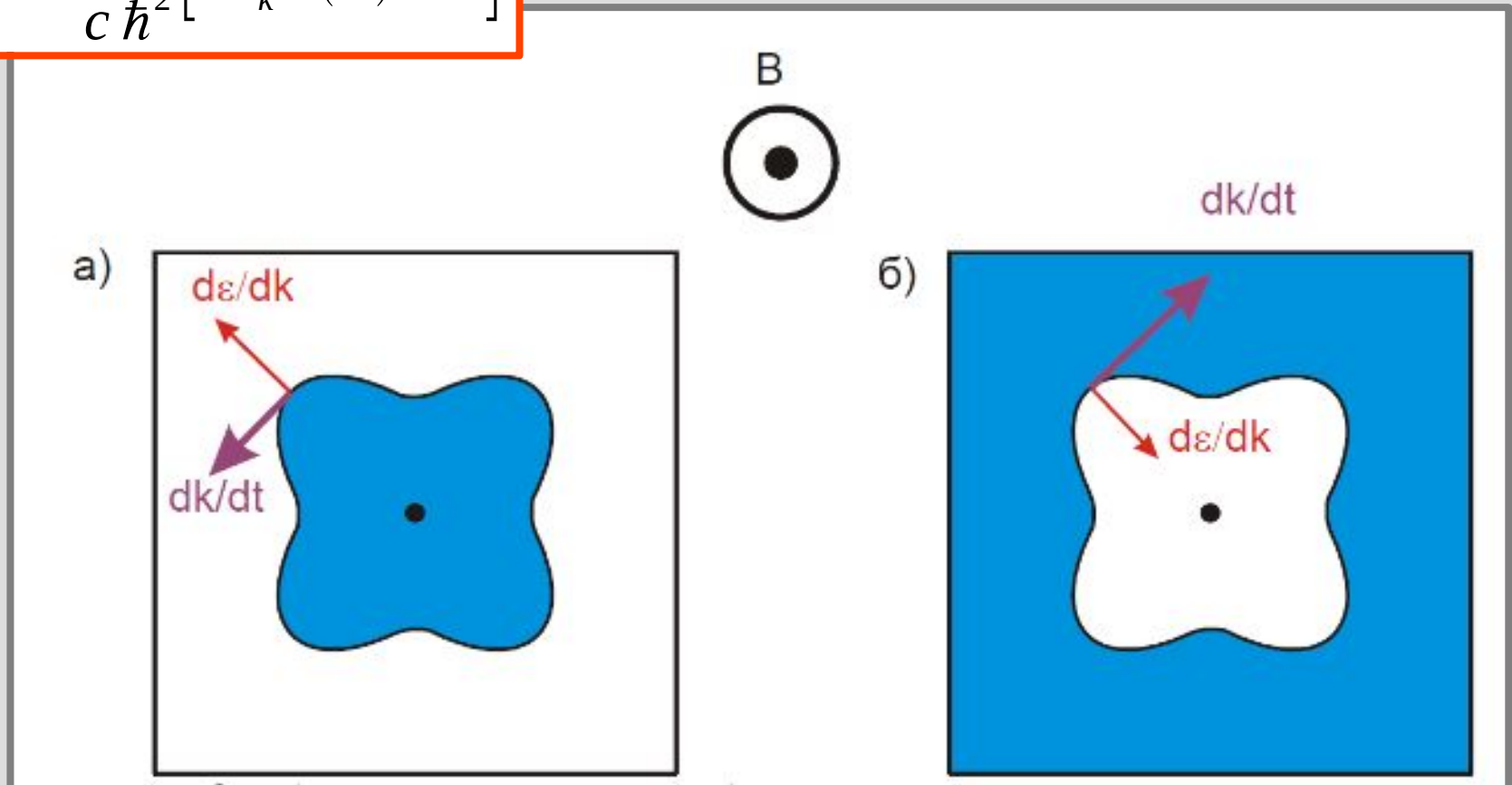
$$\hbar \frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c} [\vec{V}_{sp} \times \vec{B}]$$

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} [\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B}]$$

движение по изоэнергетическим
поверхностям в k -пространстве!

Циклотронное движение при $l \gg R$

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} \left[\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B} \right]$$



Период циклотронного движения

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} \left[\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B} \right]$$

В k -пространстве электрон движется по некоторому сечению поверхности Ферми, перпендикулярному магнитному полю

Период циклотронного движения

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} \left[\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B} \right]$$

В k-пространстве электрон движется по некоторому сечению поверхности Ферми, перпендикулярному магнитному полю

$$\delta \vec{S} = \frac{1}{2} \left[\vec{k}_{\perp} \times \frac{d\vec{k}}{dt} \right] \delta t = -\frac{e}{2\hbar^2 c} \left[\vec{k}_{\perp} \times \left[\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B} \right] \right] \delta t$$

Период циклотронного движения

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = -\frac{e}{c\hbar^2} \left[\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B} \right]$$

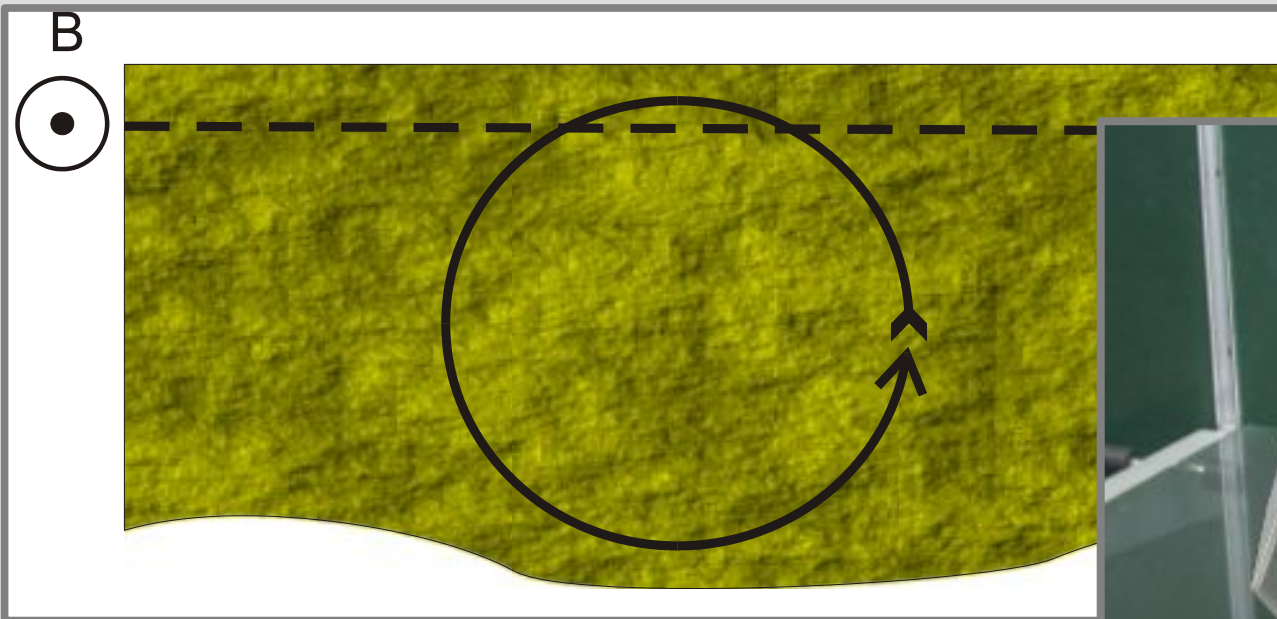
В k -пространстве электрон движется по некоторому сечению поверхности Ферми, перпендикулярному магнитному полю

$$\delta \vec{S} = \frac{1}{2} \left[\vec{k}_{\perp} \times \frac{d\vec{k}}{dt} \right] \delta t = -\frac{e}{2\hbar^2 c} \left[\vec{k}_{\perp} \times \left[\vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}) \times \vec{B} \right] \right] \delta t$$

$$T = \frac{2\hbar^2 c}{eB} \left| \oint \frac{\delta S}{(\vec{k}_{\perp} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}))} \right| = \frac{\hbar^2 c}{eB} \left[\frac{\partial S}{\partial \varepsilon} \right]_{\varepsilon = \varepsilon_F}$$

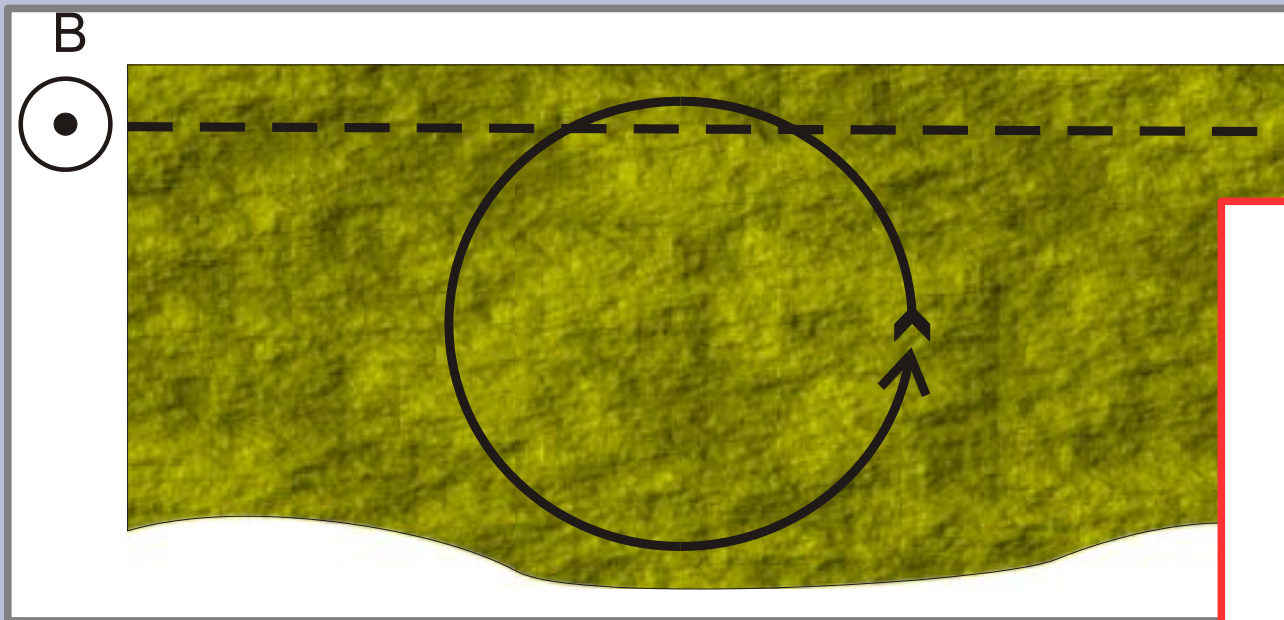
Циклотронный резонанс

$$T = \frac{2\hbar^2 c}{eB} \left| \oint \frac{\delta S}{(\vec{k}_\perp \cdot \vec{\nabla}_{\vec{k}} \varepsilon(\vec{k}))} \right| = \frac{\hbar^2 c}{eB} \left[\frac{\partial S}{\partial \varepsilon} \right]_{\varepsilon = \varepsilon_F} = 2\pi \frac{m_c c}{eB}$$



Часть 4. Осцилляционные эффекты в квантующем магнитном поле.

Циклотронные уровни в модели свободных электронов.



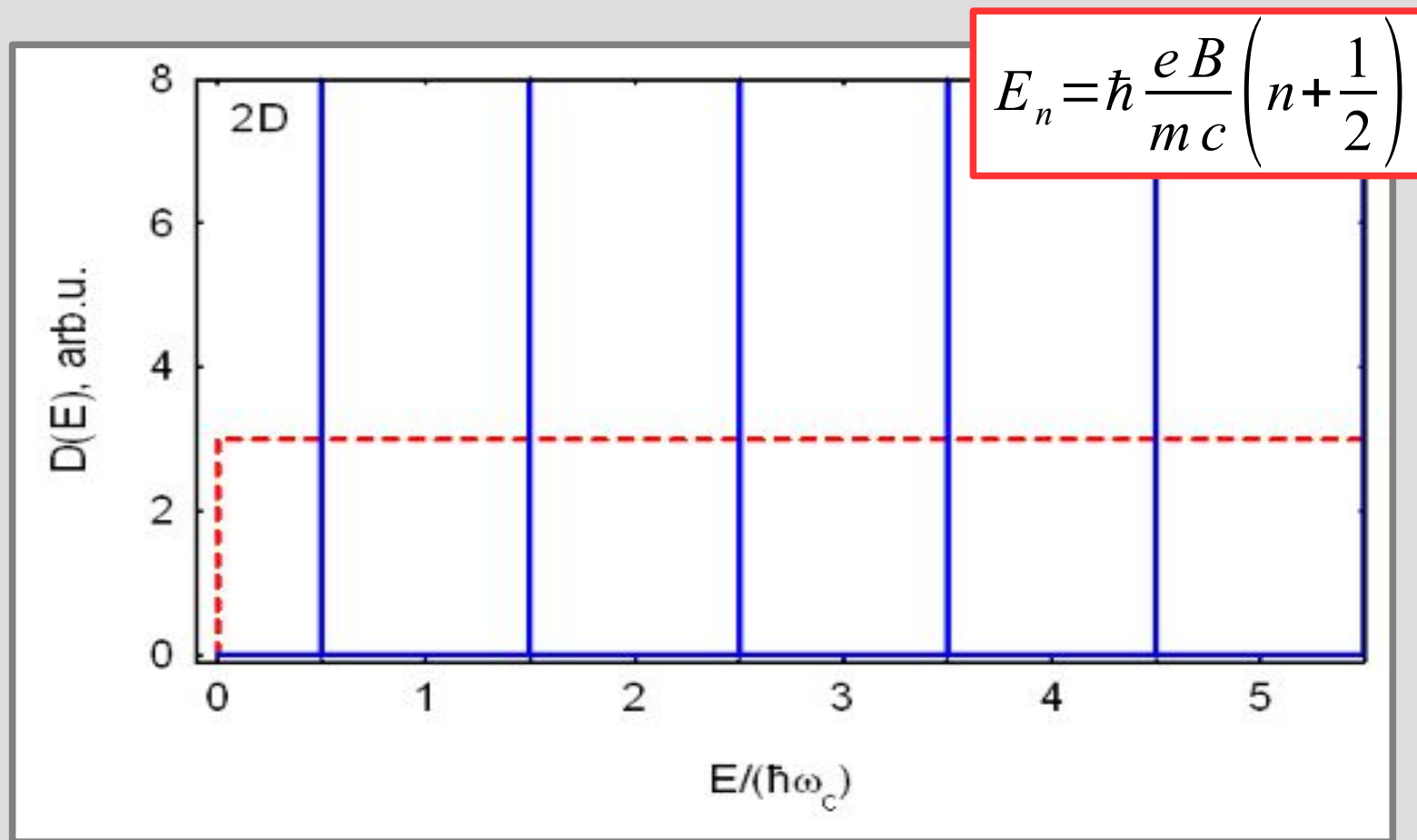
$$m \omega^2 R = \frac{e}{c} \omega R B$$

$$\omega_c = \frac{e B}{m c}$$

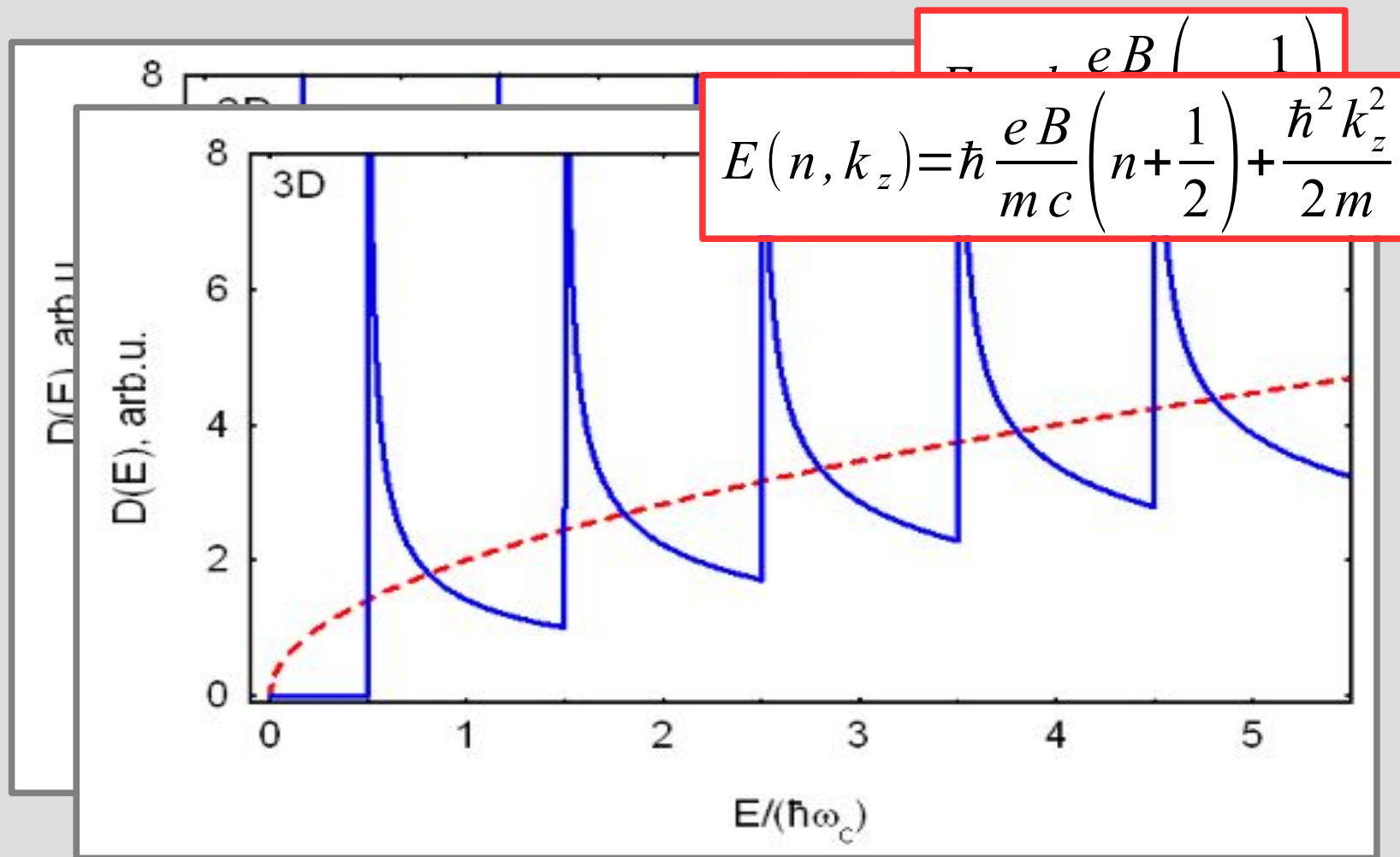
$$l \gg R, \quad T \ll \hbar \omega_c$$

В поле 10Тл «циклотронный квант энергии» для свободного электрона 13К

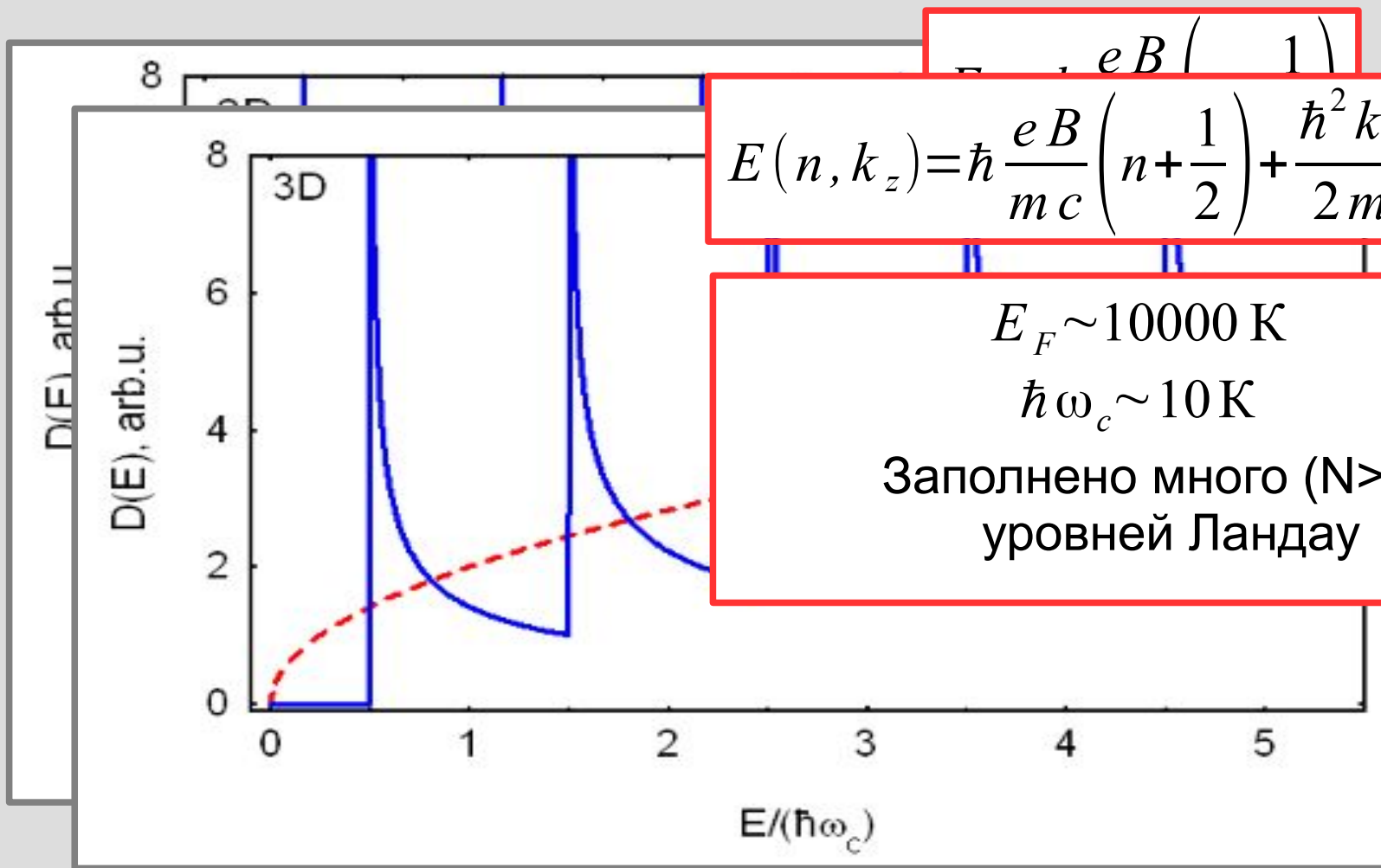
Плотность состояний в квантующем поле: 2D.



Плотность состояний в квантующем поле: 3D.



Плотность состояний в квантующем поле: 3D.



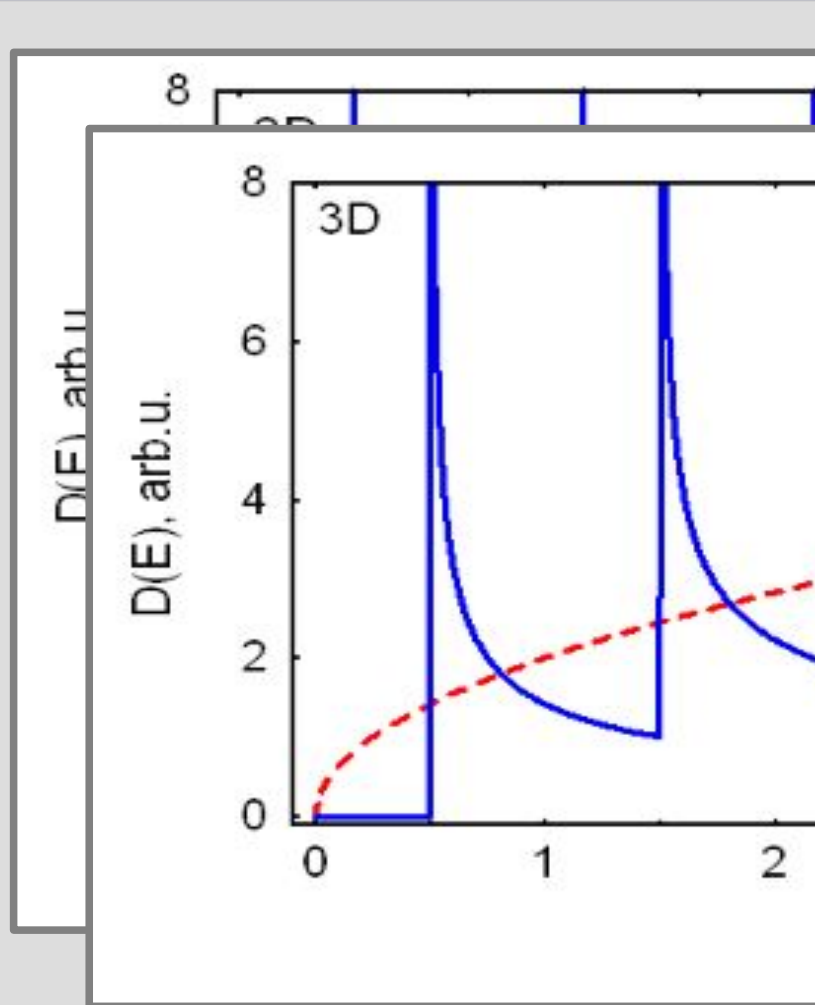
$$E(n, k_z) = \hbar \frac{eB}{mc} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$E_F \sim 10000 \text{ K}$$

$$\hbar\omega_c \sim 10 \text{ K}$$

Заполнено много ($N \gg 1$)
уровней Ландау

Плотность состояний в квантующем поле: 3D.



$$E(n, k_z) = \hbar \frac{eB}{mc} \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

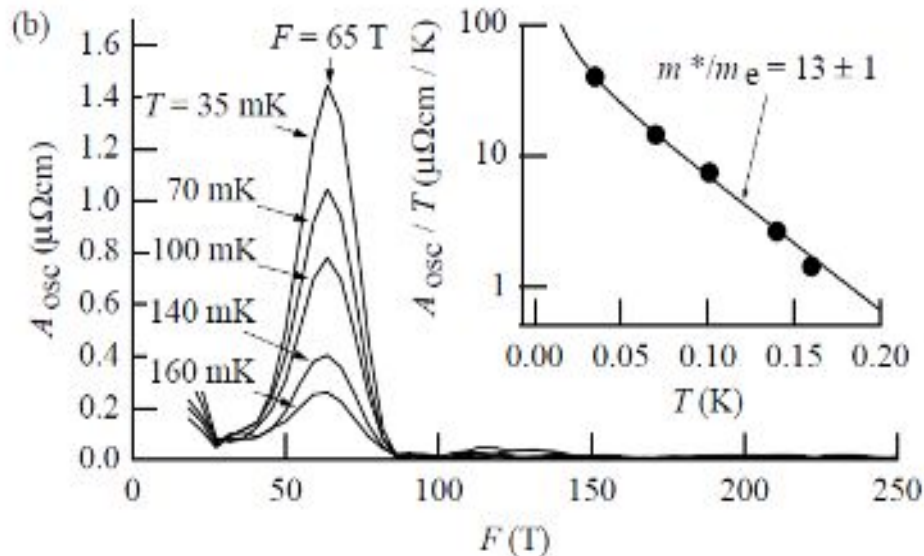
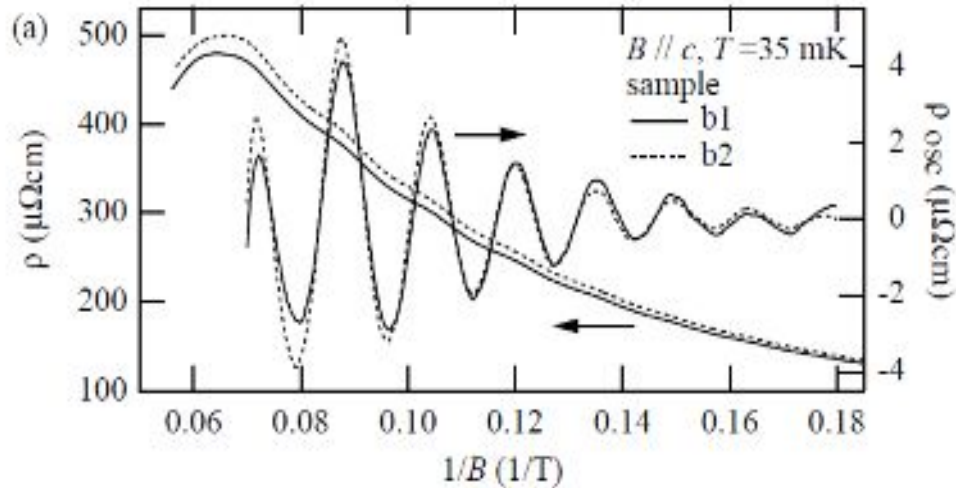
$$E_F \sim 10000 \text{ K}$$

$$\hbar \omega_c \sim 10 \text{ K}$$

Заполнено много ($N \gg 1$)
уровней Ландау

При изменении поля меняется
расстояние между уровнями
Ландау и $D(E_F)$

Эффект Шубникова-де Гааза.



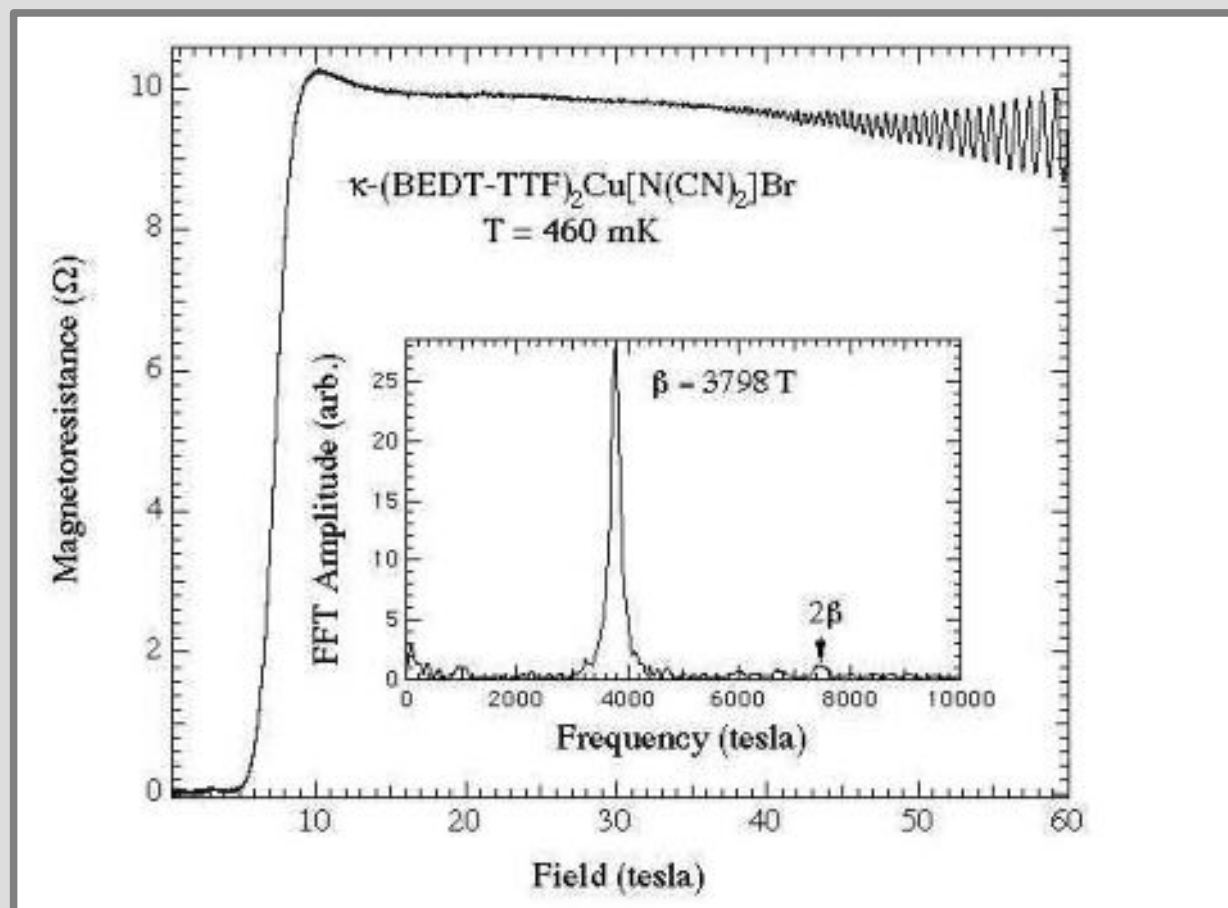
Пример наблюдения шубниковских осцилляций сопротивления в тяжелофермионном соединении CeNiSn.. (a) Сопротивление как функция обратного поля при температуре 35мК. Представлены данные измерений на двух образцах (сплошная и пунктирная линии). Также показана выделенная на фоне монотонного роста сопротивления в поле осциллирующая часть. (b) Преобразование Фурье от измеренной при разных температурах зависимости сопротивления. На вставке — зависимость амплитуды осцилляций от температуры.

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*c}$$

$$\text{max } \sigma \text{ при } \varepsilon_F = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$B_n^{(max)} \propto \frac{1}{n + \frac{1}{2}} \approx \frac{1}{n} + O\left(\frac{1}{n^2}\right)$$

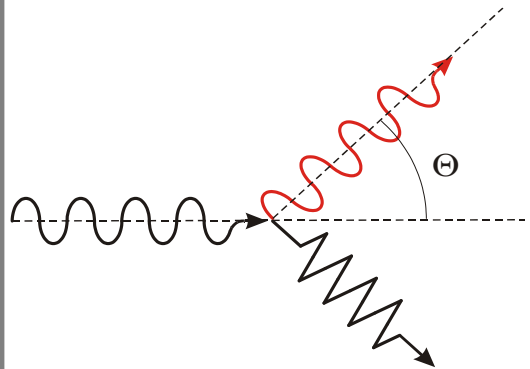
Эффект Шубникова-де Гааза в высоких магнитных полях.



Осцилляции сопротивления в квазидвумерном проводнике κ -(BEDT-TTF)₂Cu[N(CN)₂]Br в высоких магнитных полях до 60 Тл. На вставке — фурье-преобразование от наблюдаемых осцилляций.

Часть 5. Неупругие процессы рассеяния электромагнитных волн

Комбинационное рассеяние света.



$$\hbar \omega = \hbar \omega' + \hbar \Omega$$

$$\hbar \vec{k} = \hbar \vec{k}' + \hbar \vec{K}$$

$$\omega - \omega' = \Omega$$

$$(\vec{k} - \vec{k}')^2 = \vec{K}^2$$

оптический фонон

$$\Omega = const$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} = \frac{\Omega}{\omega} \sim \frac{10^{13} \text{ 1/сек}}{5 \cdot 10^{15} \text{ 1/сек}} \sim 2 \cdot 10^{-3}$$

(для света 4000Å)

акустический фонон

$$\Omega = s k$$

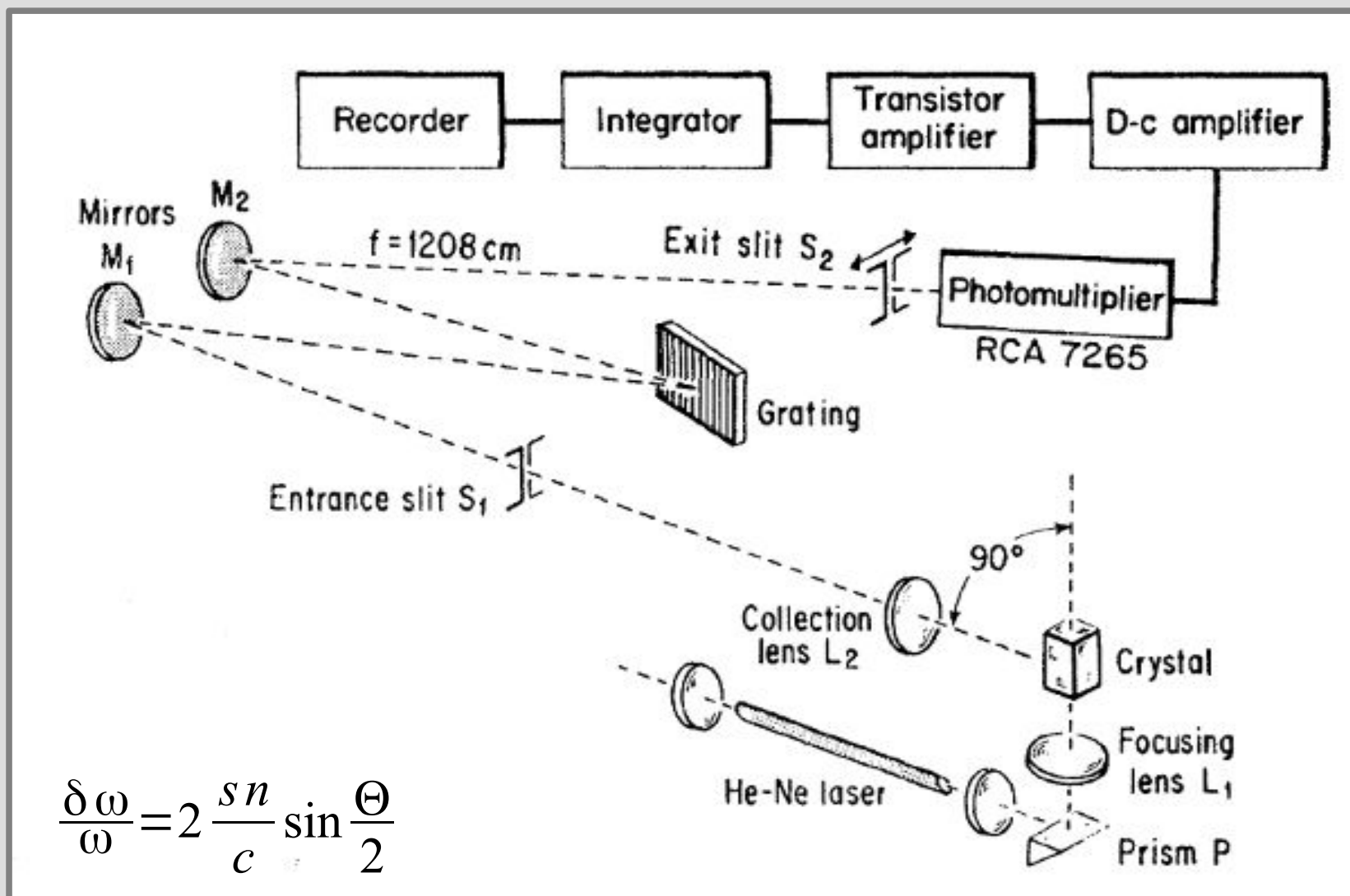
$$K^2 = k^2 + (k')^2 - 2 k k' \cos \Theta$$

$$\left(\frac{\Omega}{s}\right)^2 = \left(\frac{n}{c}\right)^2 (\omega^2 + (\omega')^2 - 2 \omega \omega' \cos \Theta)$$

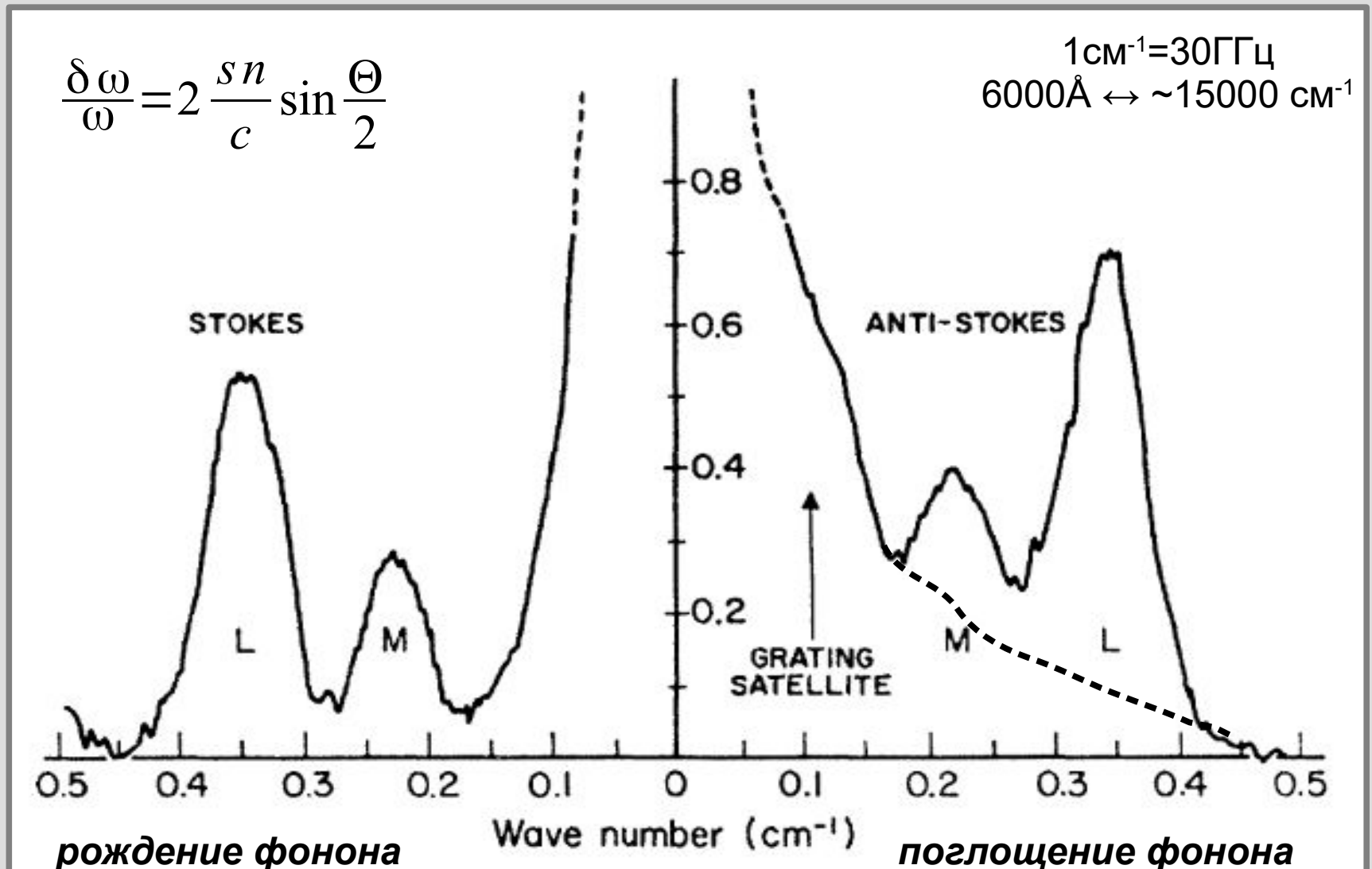
$$(\delta \omega)^2 \approx 2 \omega^2 (s n / c)^2 (1 - \cos \Theta)$$

$$\frac{\delta \omega}{\omega} \sim \frac{s}{c} \sim 10^{-5}$$

Пример эксперимента по комбинационному рассеянию света.



... и наблюдаемые результаты (RbCl, 300K).



... и наблюдаемые результаты (RbCl, 300K).

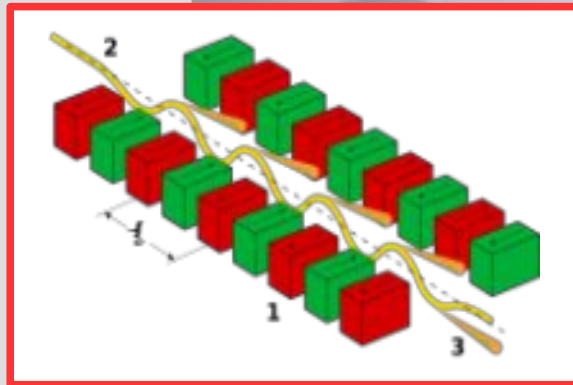
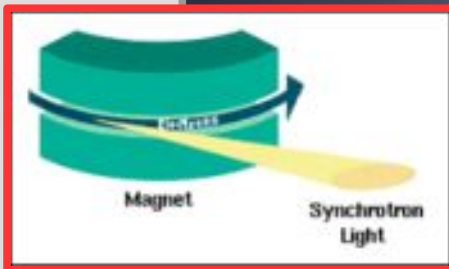


Синхротронное излучение.



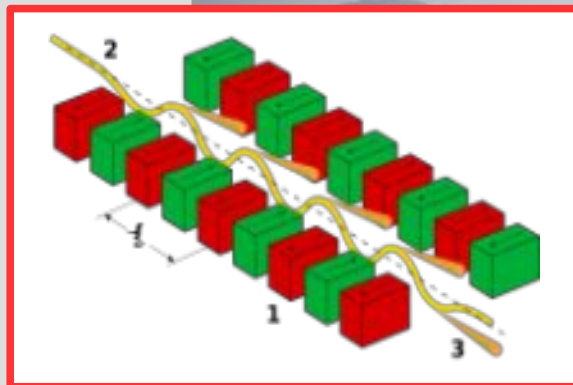
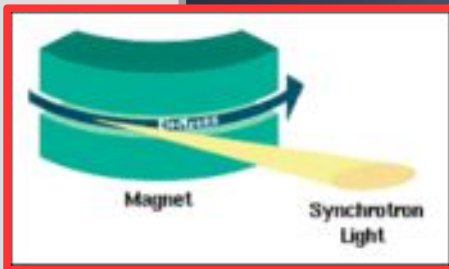
Кольцо ускорителя ESRF (European Synchrotron Radiation Facility) в Гренобле. С сайта www.esrf.fr

Синхротронное излучение.



- Спектр: непрерывный, можно получать от ИК до рентгена
- Яркий, направленный, частично поляризованный пучок

Синхротронное излучение.



- Спектр: непрерывный, можно получать от ИК до рентгена
- Яркий, направленный, частично поляризованный пучок

Для рентгеновского излучения возможны процессы переброса:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \simeq \frac{\pi}{a}$$

$$E_y = \hbar \omega \gg \Theta \simeq \hbar \Omega_{max}$$

Трёхосный дифрактометр

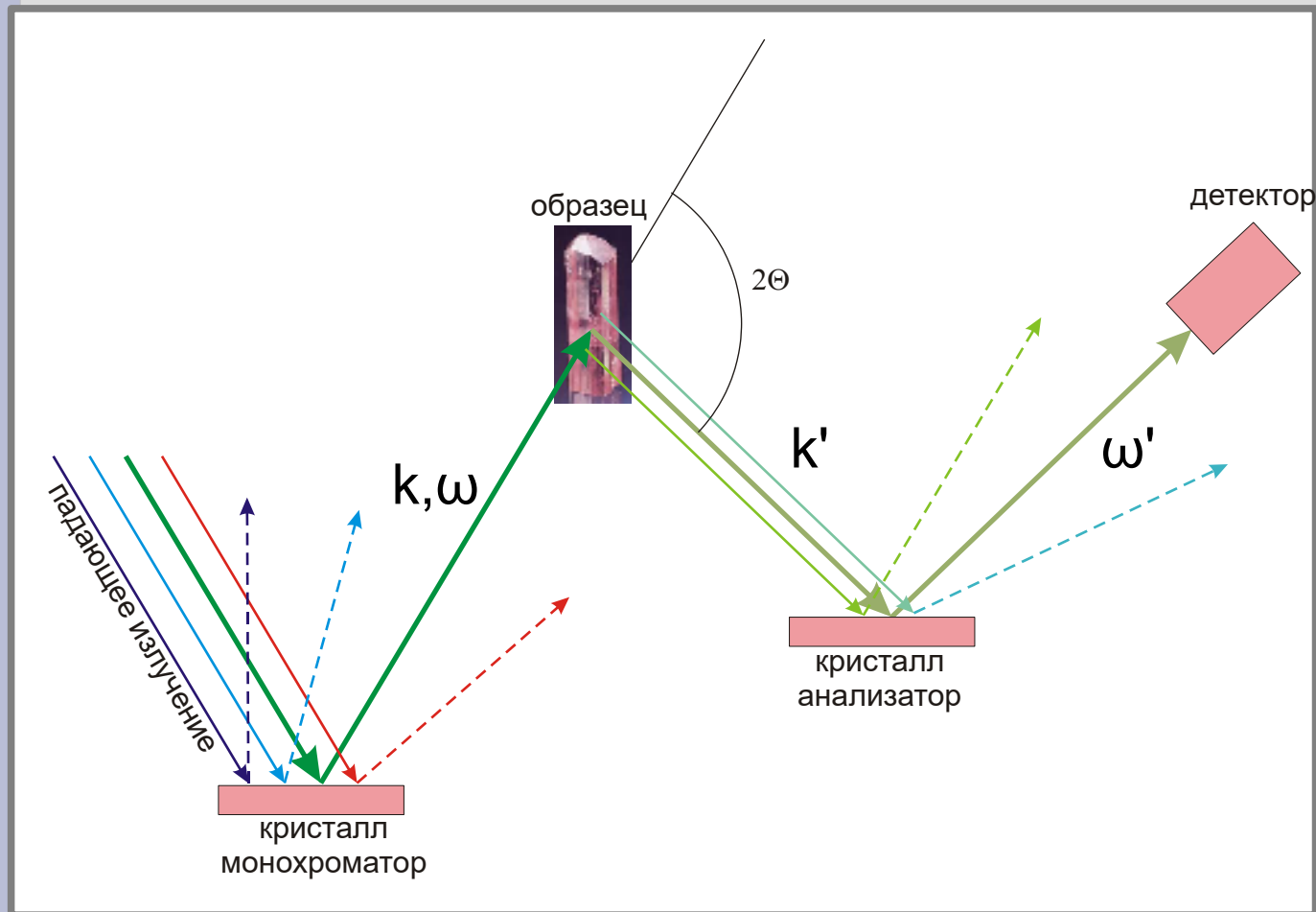
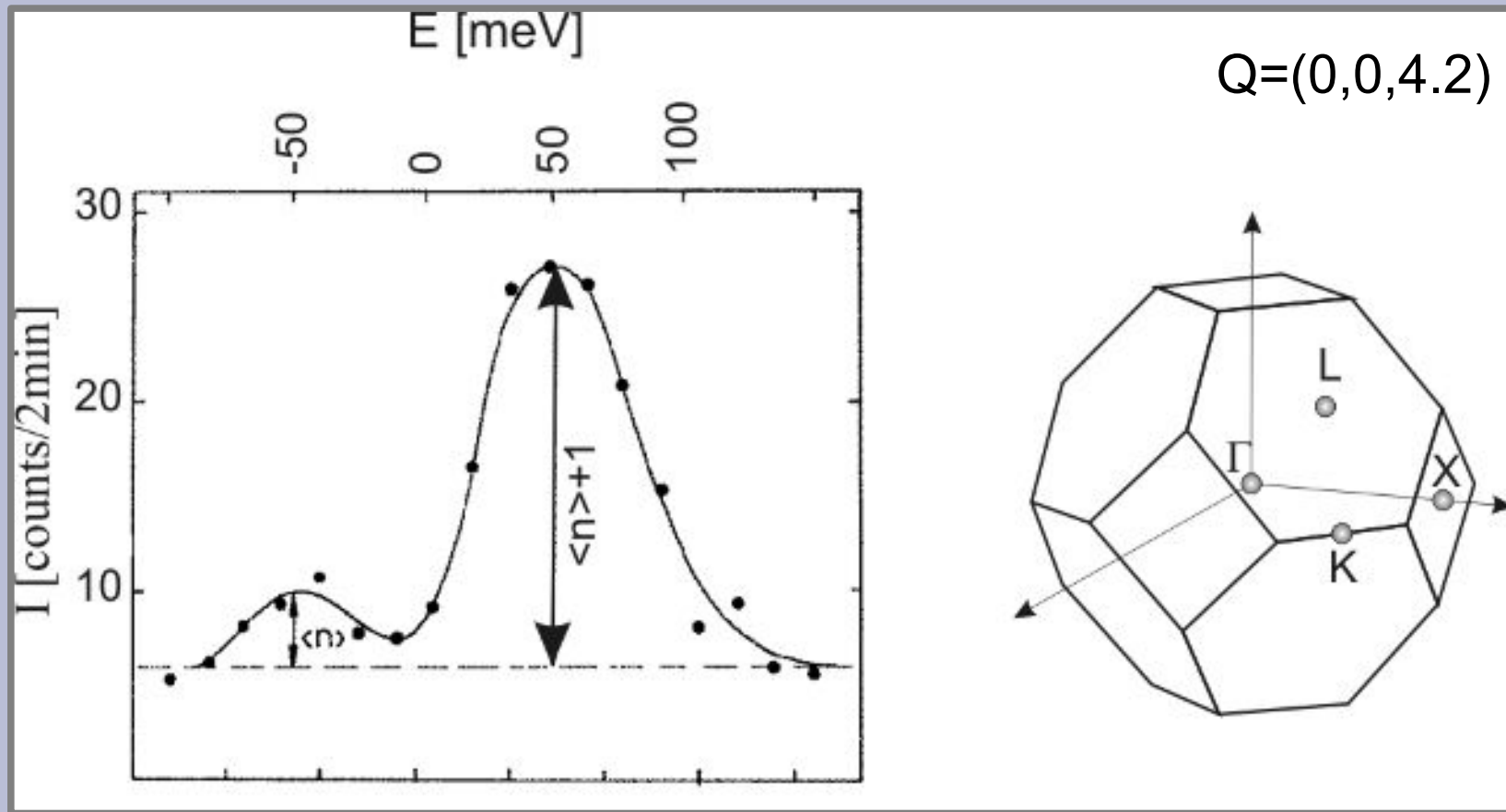


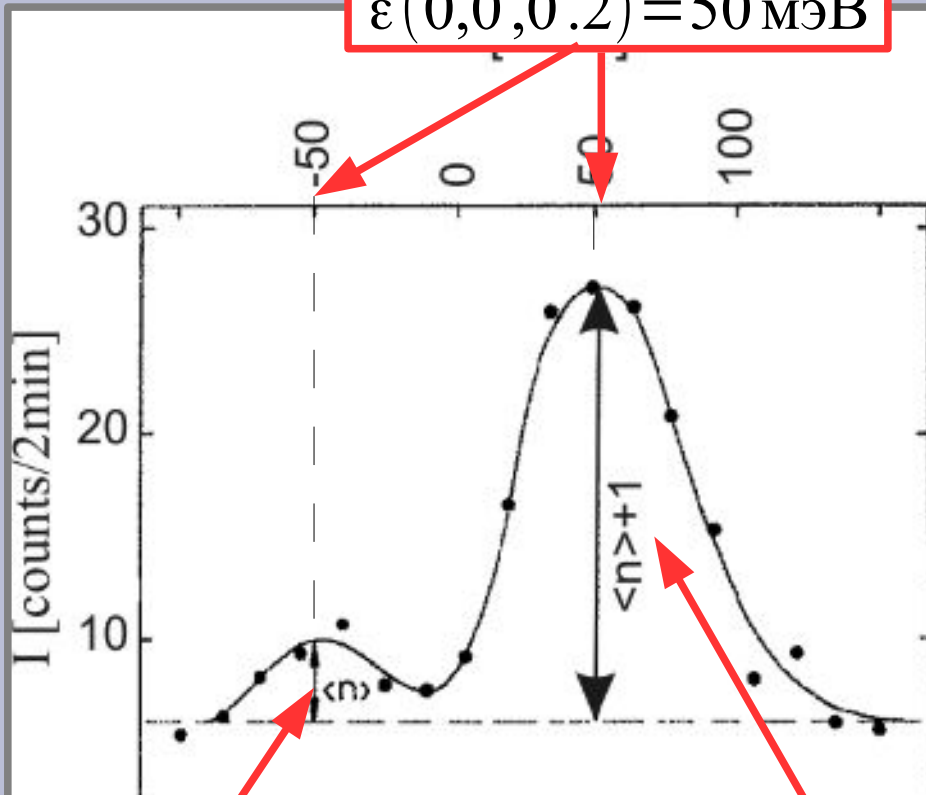
Схема эксперимента по неупругому рассеянию излучения на трёхосном дифрактометре. Коллиматоры, выделяющие желаемое излучение после монохроматора и анализатора не показаны. Изображение "образца" на схеме - фотография розового топаза с сайта Минералогического музея РАН

Эксперимент: рассеяние рентгеновских лучей на алмазе

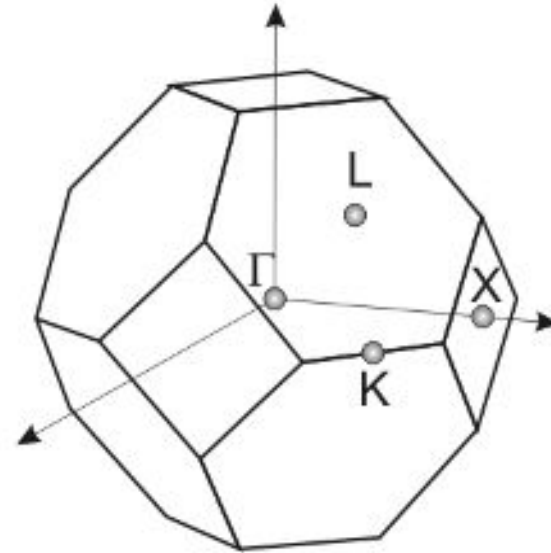


Эксперимент: рассеяние рентгеновских лучей на алмазе

$$\epsilon(0,0,0.2) = 50 \text{ мЭВ}$$



$$Q=(0,0,4.2)$$



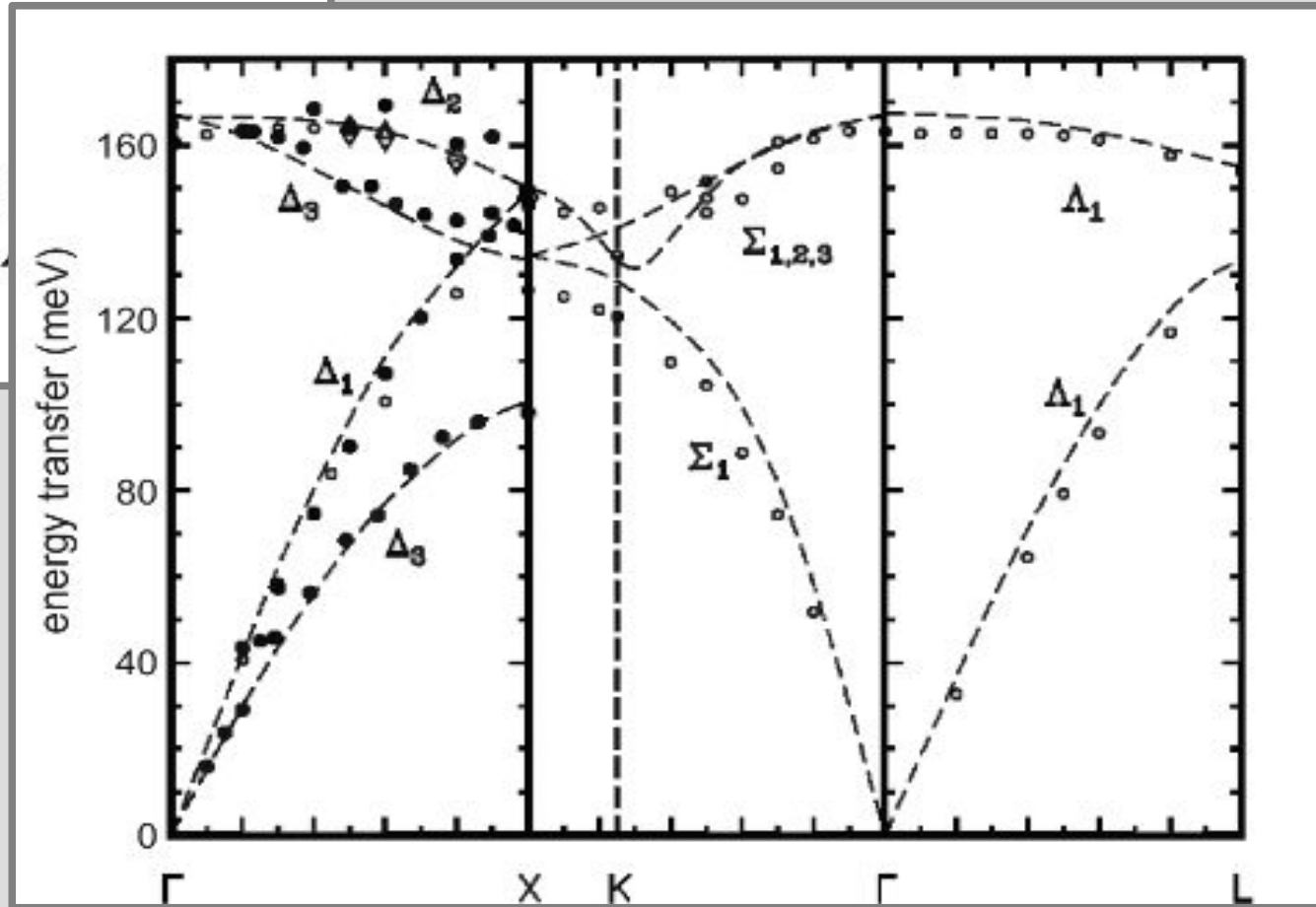
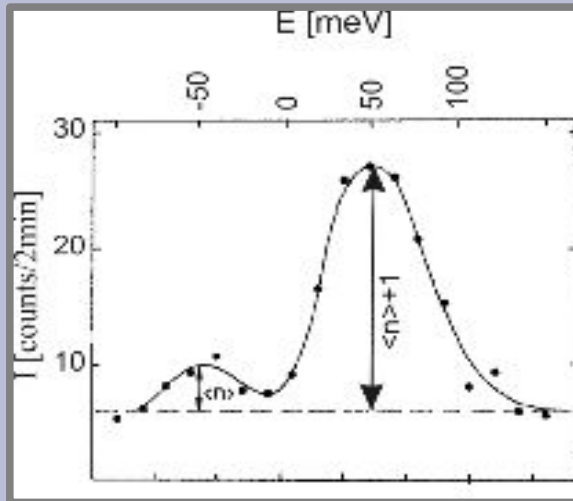
поглощение
фонона

$$w \propto \frac{1}{e^{E/T} - 1}$$

рождение
фонона

$$w \propto \left[\frac{1}{e^{E/T} - 1} + 1 \right]$$

Эксперимент: рассеяние рентгеновских лучей на алмазе



Часть 6. Упругое и неупругое рассеяние нейтронов.

Упругое и неупругое рассеяние нейтронов.

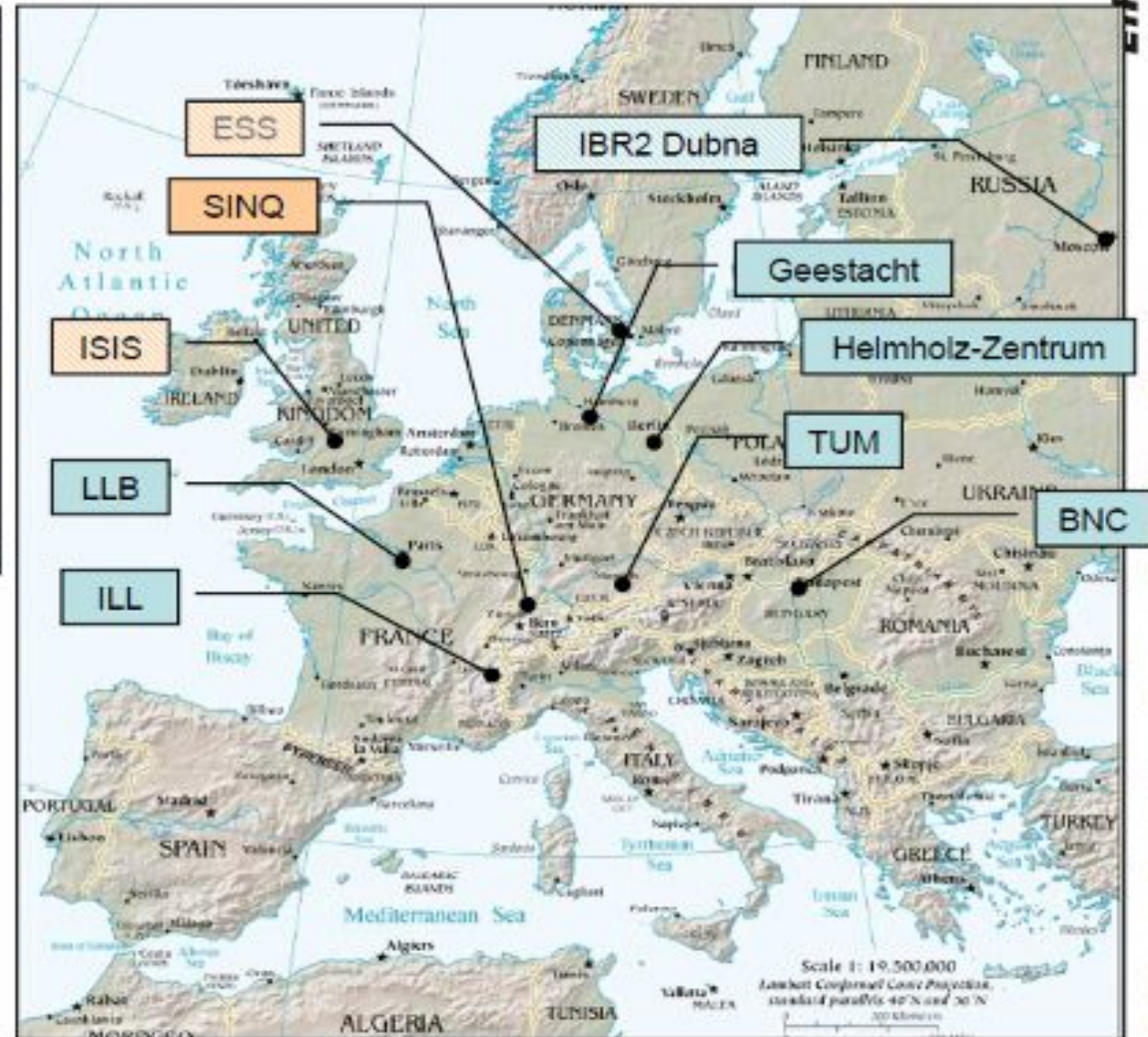
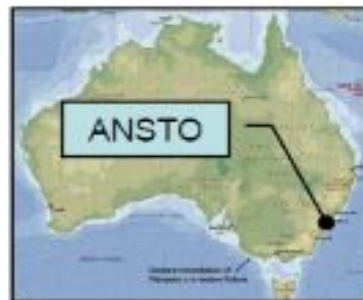
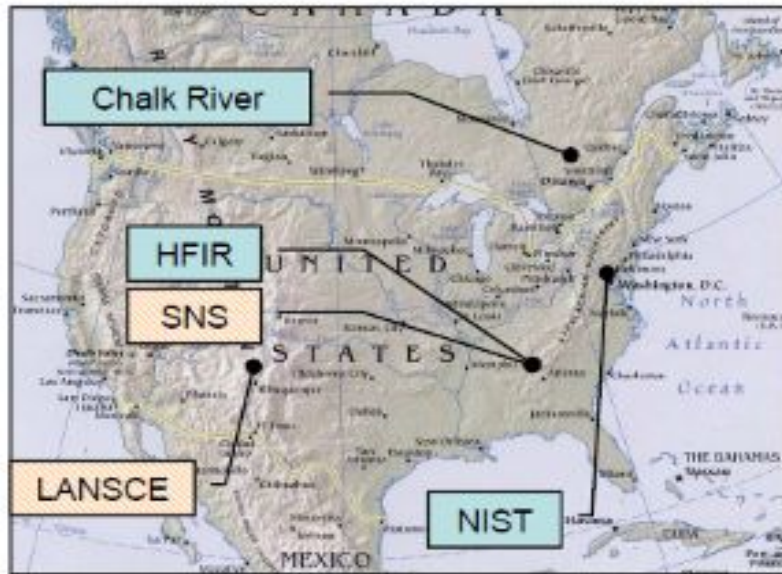
Нейтрон:

- масса покоя 940 МэВ
- спин 1/2
- время жизни около 700 сек
- $q=0$
- есть магнитный момент $\mu_n = -1.913 \mu_{nucl}$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = 2.07 [мэВ \times \text{Å}^2] k^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{9.04 \text{ Å}}{\sqrt{E (мэВ)}}$$

Постановка эксперимента



Расположение наиболее известных функционирующих нейтронных источников (2012 год). Из лекций проф. А. Жёлуева

За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтроны с энергией ~ 100 МэВ

Для длины волны несколько ангстрем требуется энергия нейтрона ~ 10 мэВ

За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтронную энергию ~100 МэВ

Для длины волны несколько ангстрем
нейтрона ~10 мэВ

**нужно
термализовать...**

технология

За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтронную энергию ~100 МэВ

Для длины волны несколько ангстрем
нейтрона ~10 мэВ

**нужно
термализовать...**

Нужен параллельный пучок, желательно монохроматических нейтронов...

За рамками краткого рассказа...

В реакторе или ускорителе получают нейтронную энергию ~100 МэВ

Для длины волны несколько ангстрем
нейтрона ~10 мэВ

Нужен параллельный пучок
монохроматических нейтронов

**нужно
термализовать...**

**а всё что можно
сделать: выкинуть
«неправильные»
нейтроны**

Постановка эксперимента



Экспериментальный зал источника нейтронов SINQ Института Поля Шерера (Виллиген, Швейцария). С сайта www.psi.ch

«Time Of The Flight» эксперимент

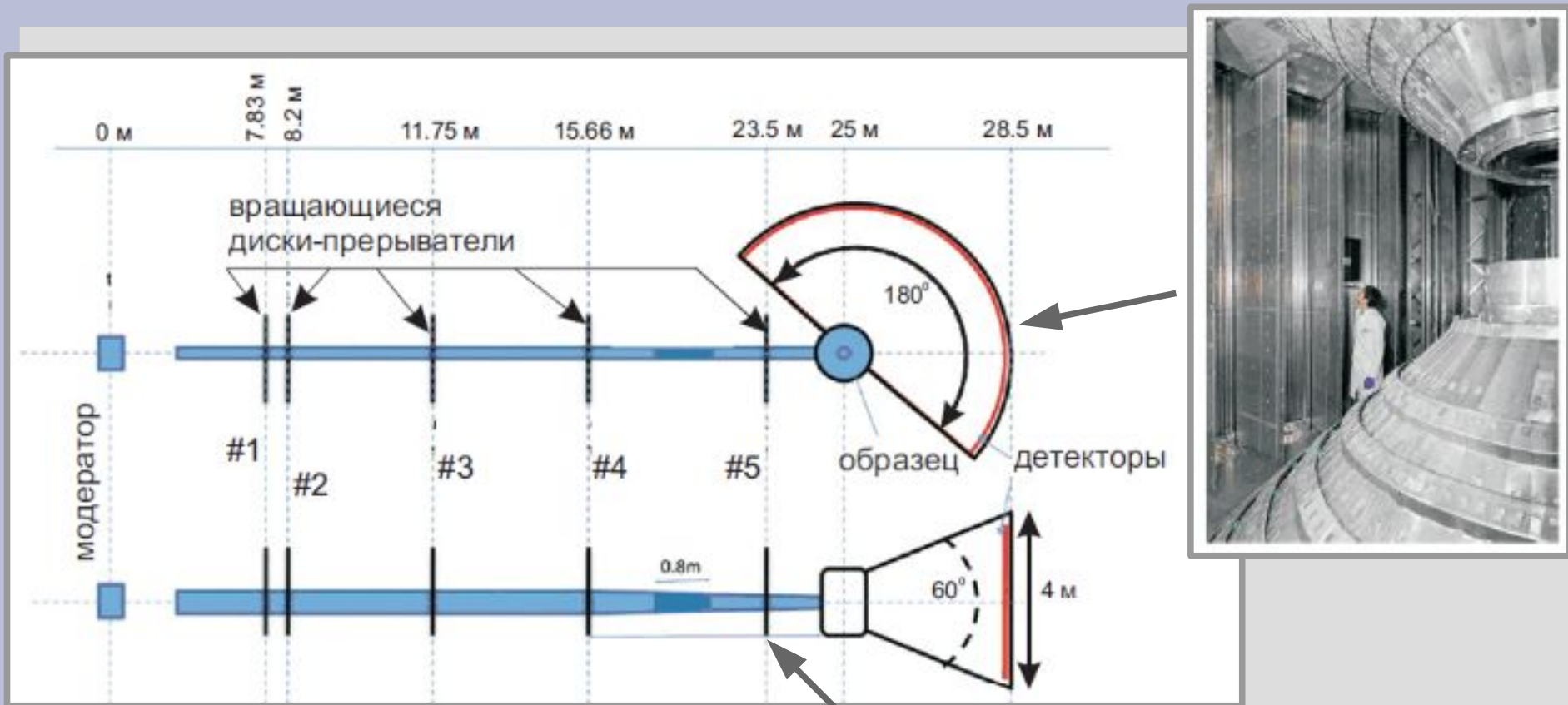


схема расположения прерывателей потока нейтронов и массива детекторов во времяпролётном спектрометре LET центра ISIS
R. I. Bewley, J. W. Taylor, S. M. Bennington, LET, a cold neutron multi-disk chopper spectrometer at ISIS, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 637, 128 (2011)



» эксперимент

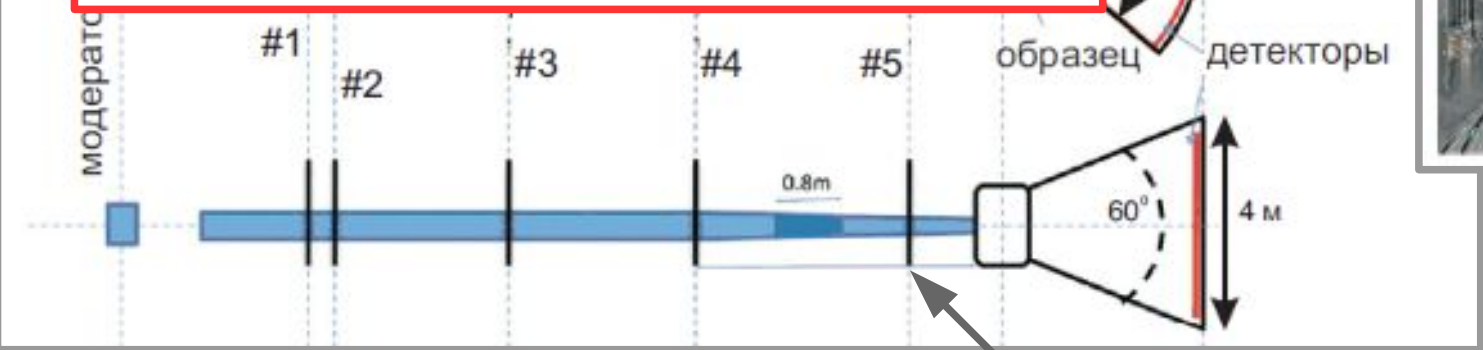
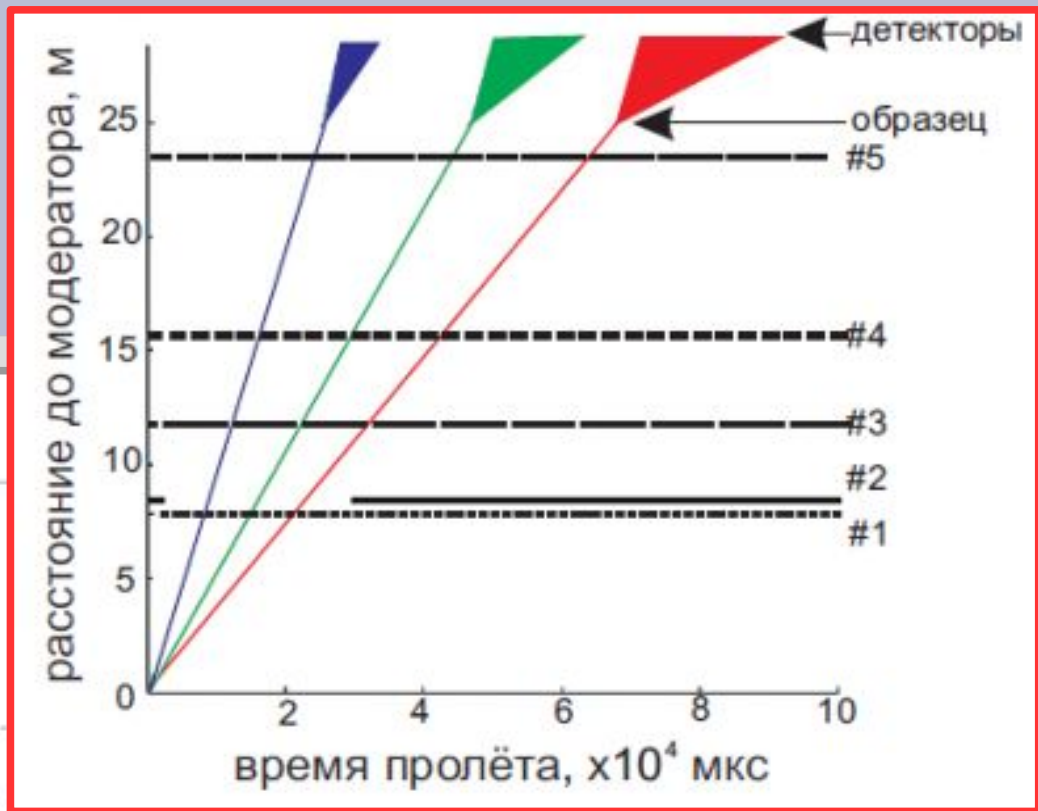
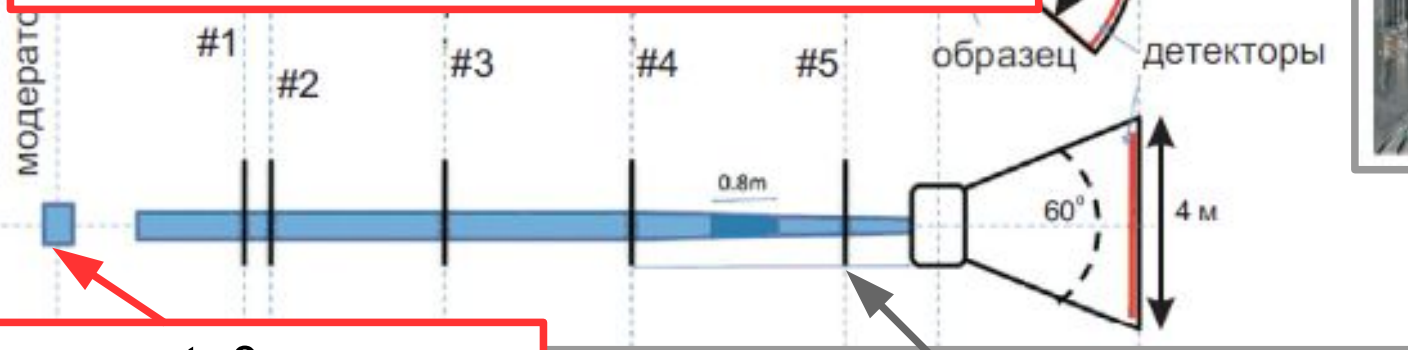
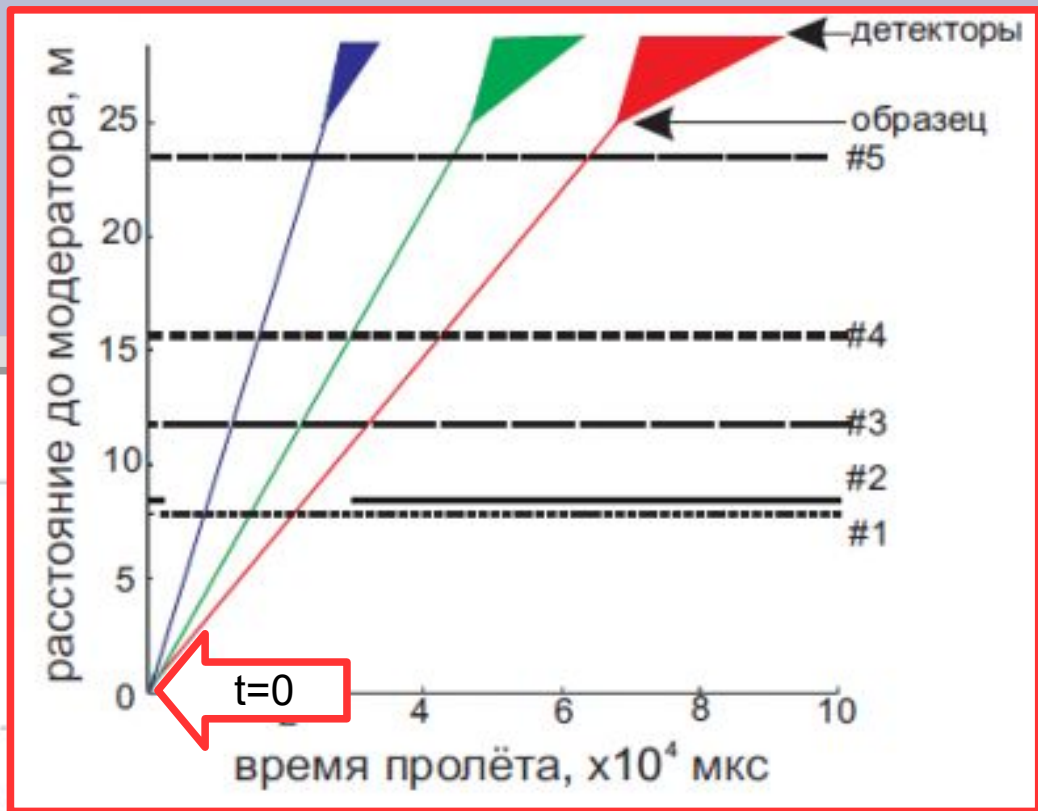


схема расположения прерывателей потока нейтронов и массива детекторов во времяпролётном спектрометре LET центра ISIS
 R. I. Bewley, J. W. Taylor, S. M. Bennington, LET, a cold neutron multi-disk chopper spectrometer at ISIS, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 637, 128 (2011)



» эксперимент

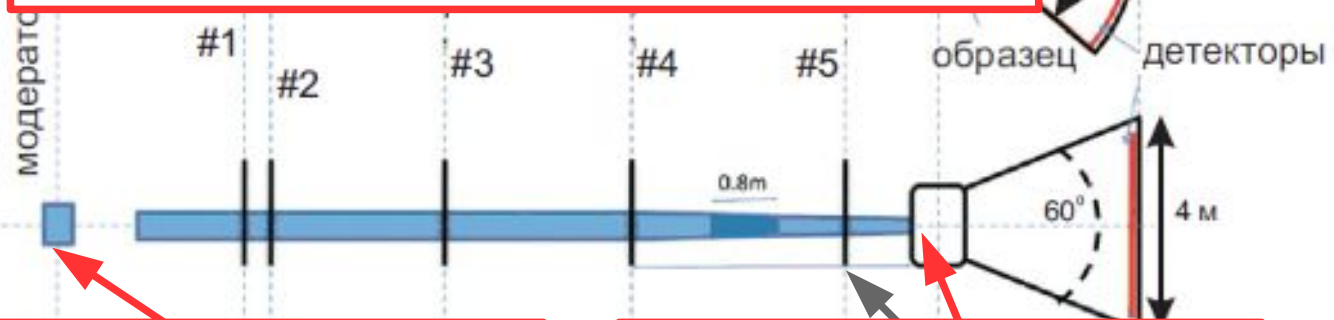
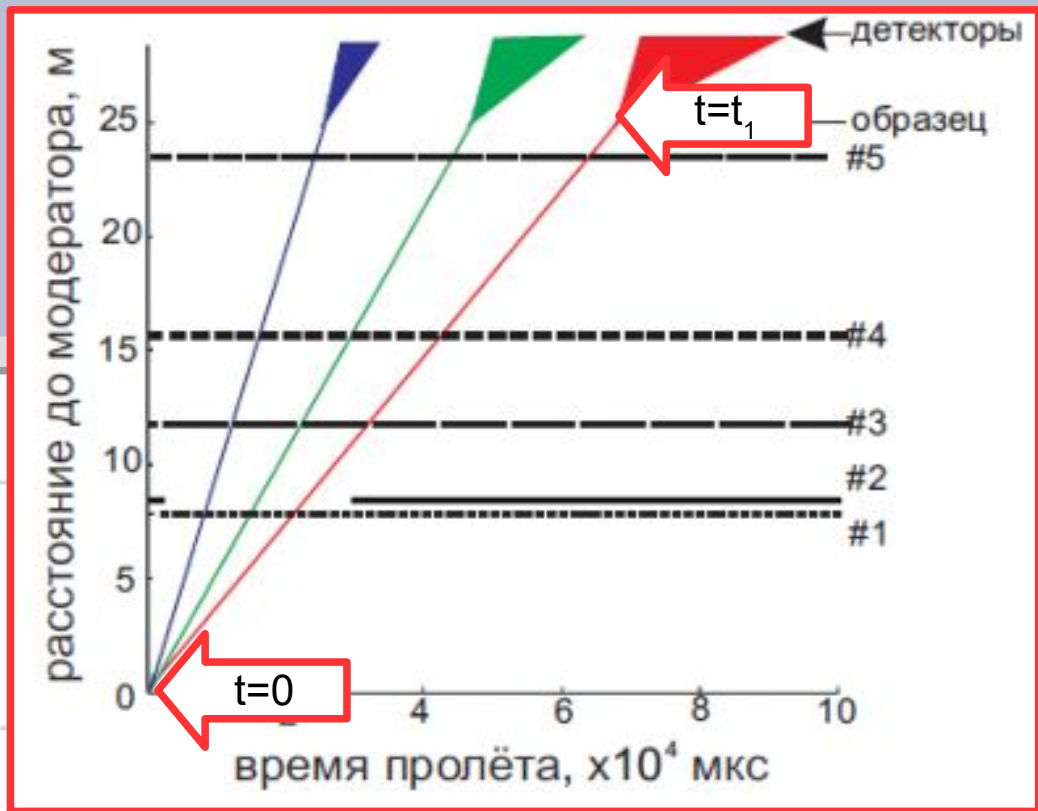


t=0
импульс протонов выбил нейтроны из мишени, нейтроны попали в модератор

тронов и мас-
тре LET центра ISIS
a cold neutron
struments and Methods in

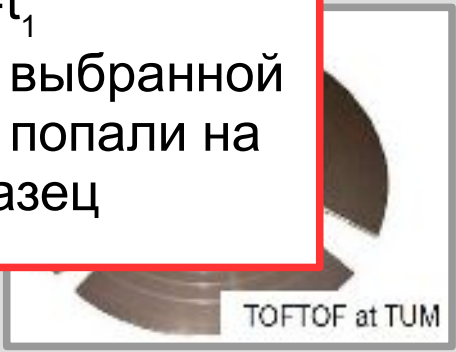


» эксперимент

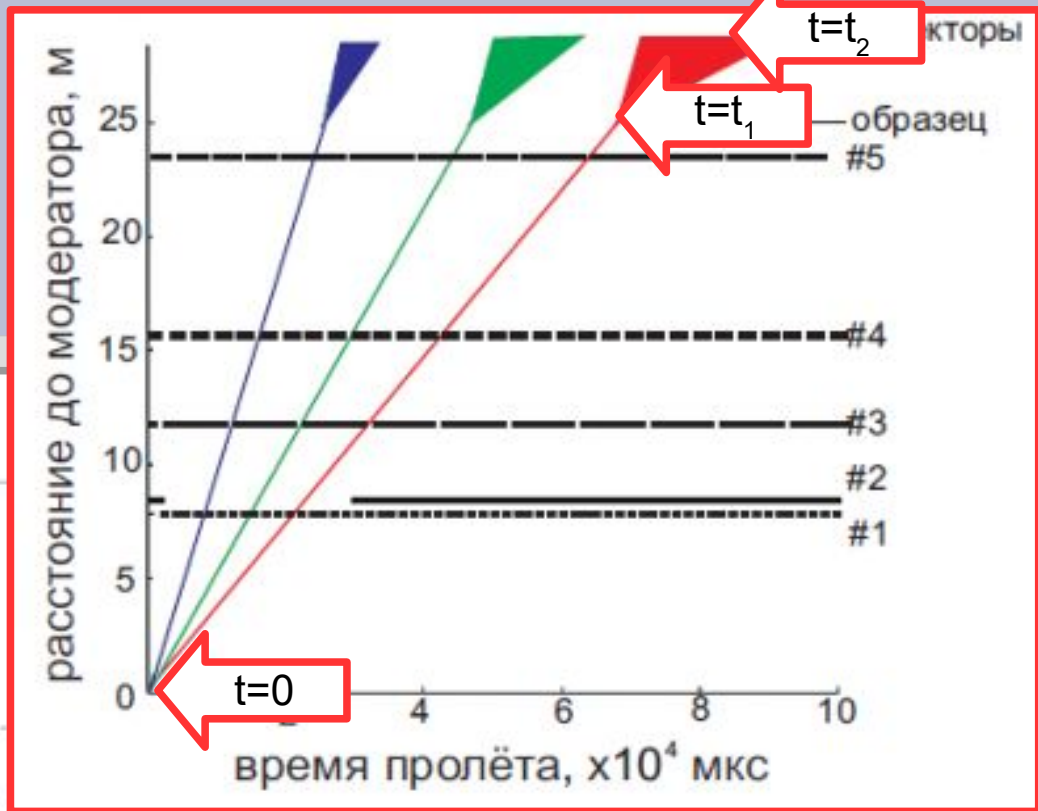


$t=0$
импульс протонов выбил нейтроны из мишени, нейтроны попали в модератор

$t=t_1$
нейтроны с выбранной скоростью попали на образец



» эксперимент



$t=t_2$
один из нейтронов зафиксирован детектором (X,Y)

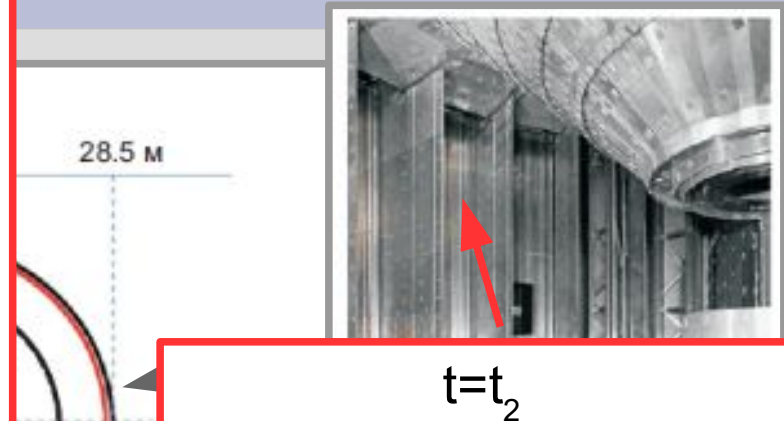
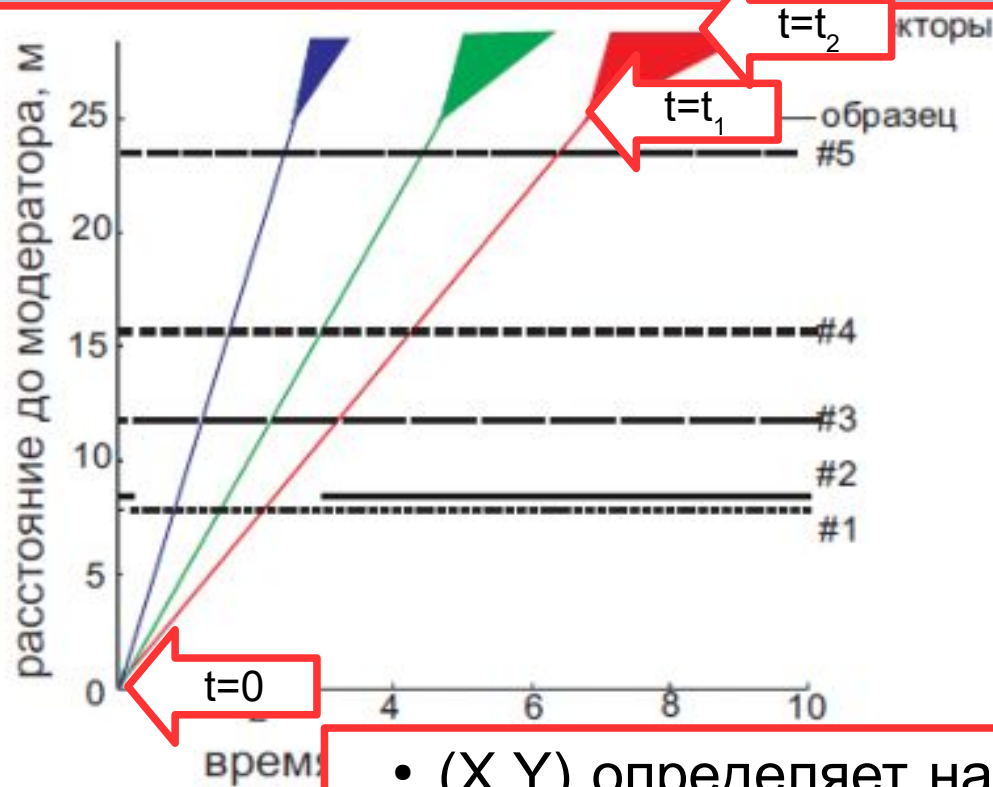
$t=0$
импульс протонов выбил нейтроны из мишени, нейтроны попали в модератор

$t=t_1$
нейтроны с выбранной скоростью попали на образец



TOFTOF at TUM

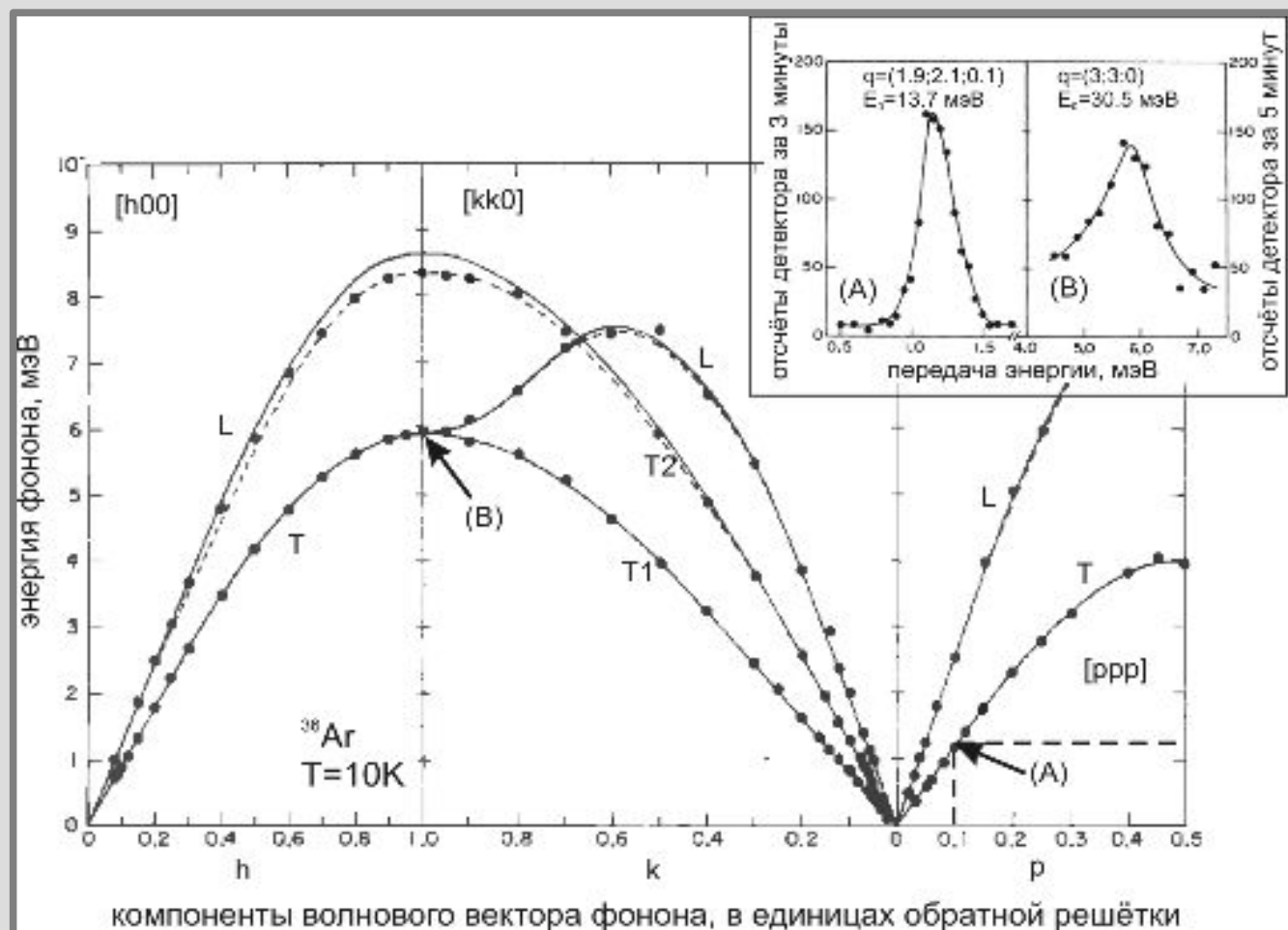
» эксперимент



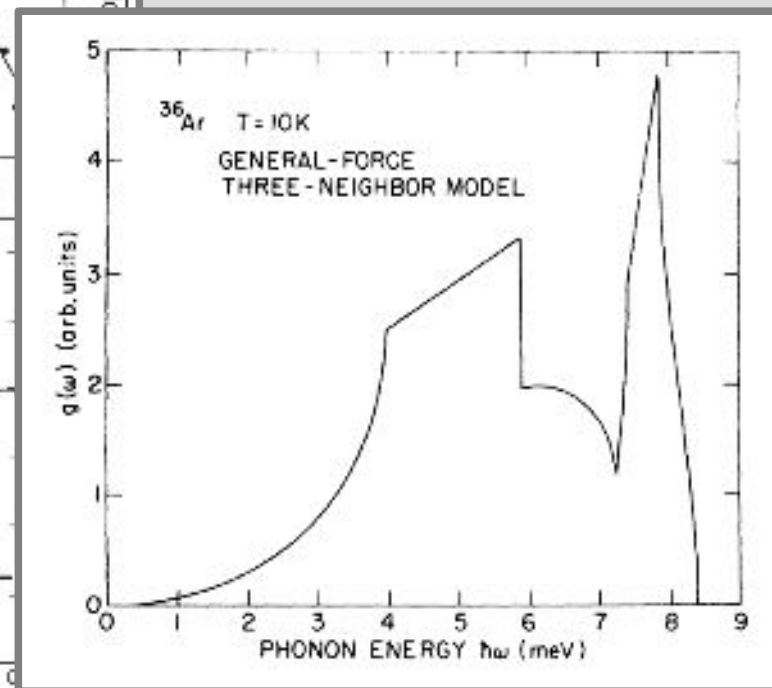
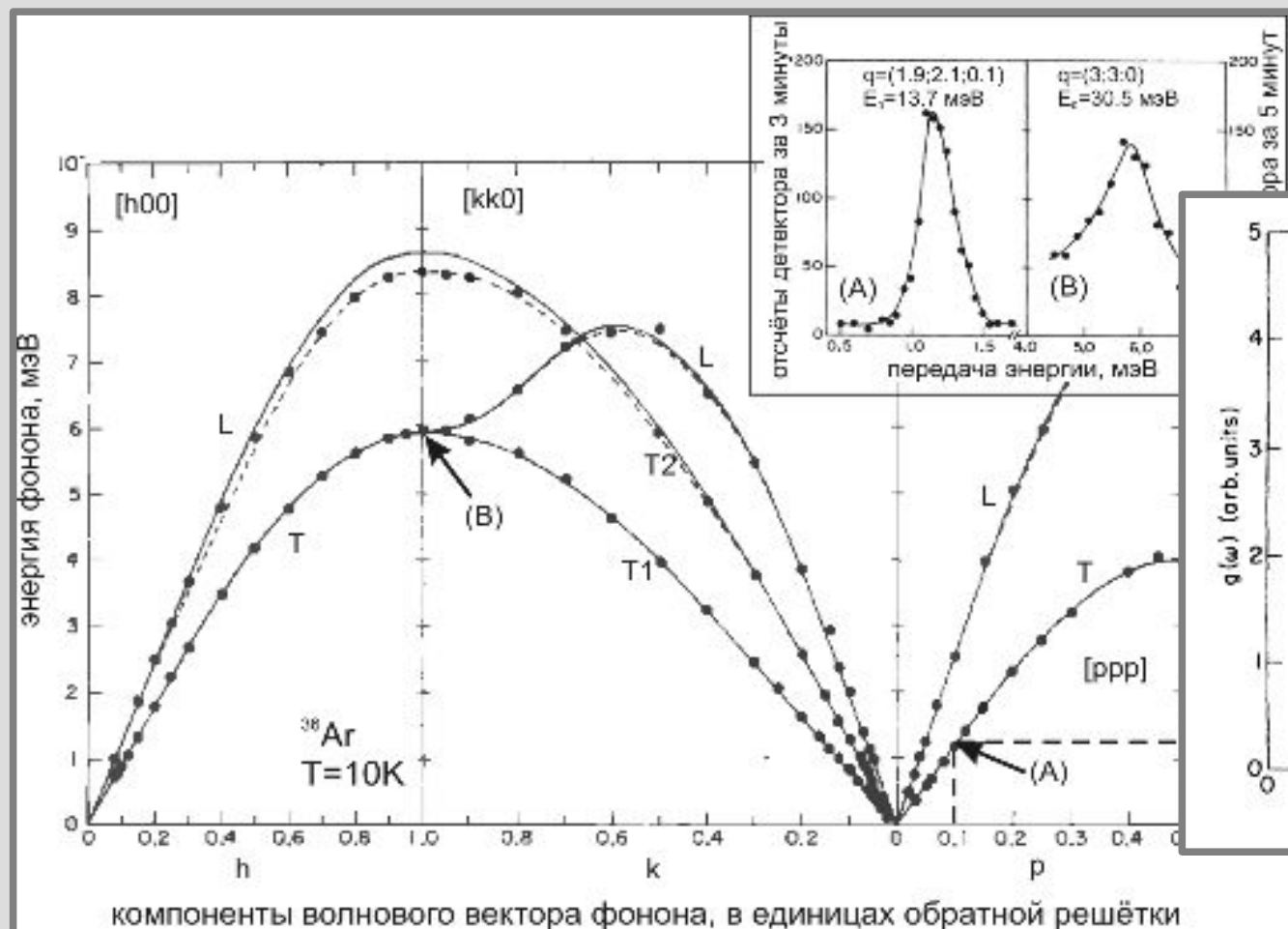
- (X, Y) определяет направление нейтронов, $(t_2 - t_1)$ и (X, Y) позволяют определить величину скорости после рассеяния.
- Считаем каждый нейтрон (поток на образце 10^8 $1/(\text{см}^2 \cdot \text{с})$).
- Эксперимент может длиться несколько дней...

$t=0$
импульс протонов выбил нейтрон с мишени, нейтроны попали в модератор

Неупругое рассеяние на фононах в ^{36}Ar , 10К.

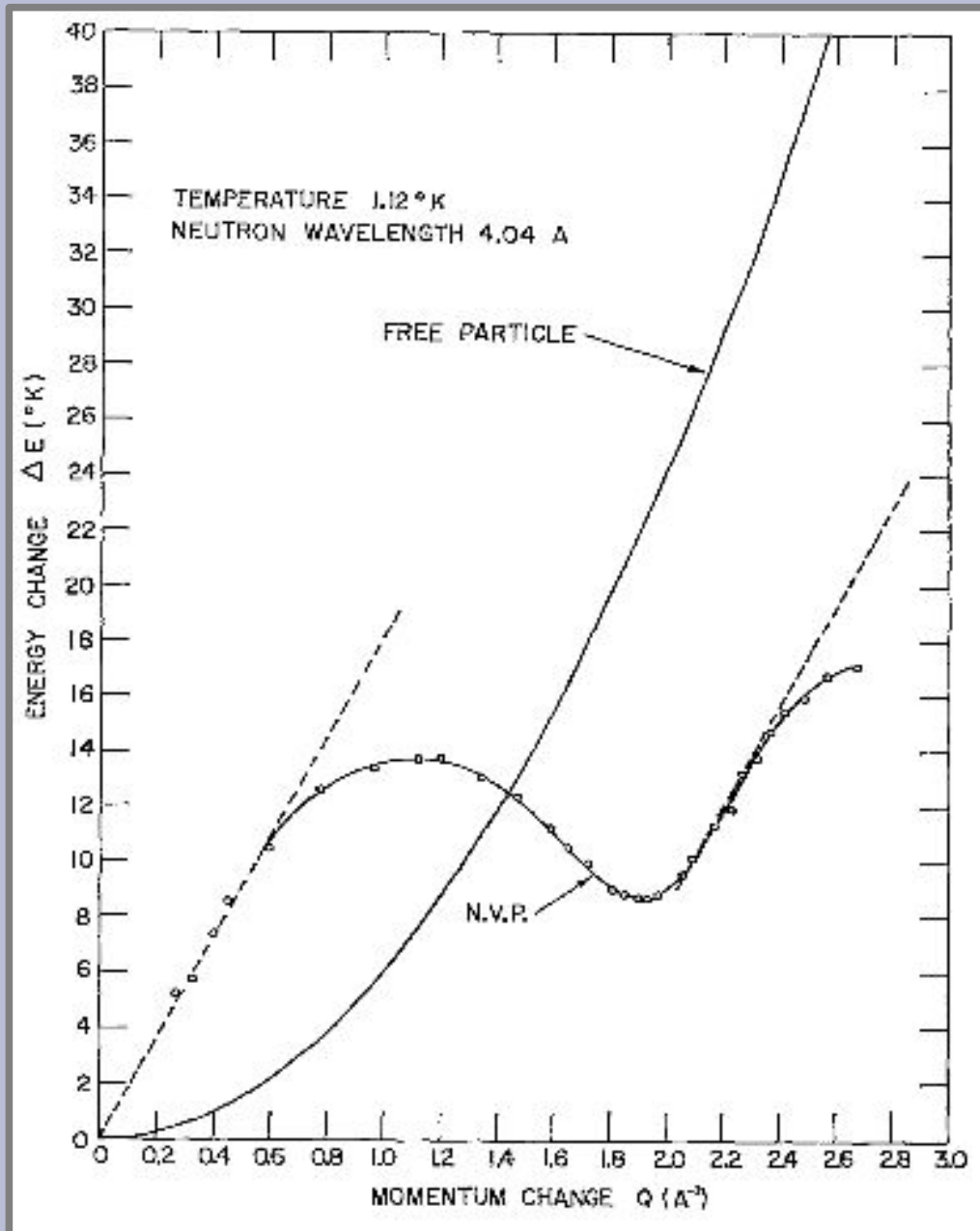


Неупругое рассеяние на фононах в ^{36}Ar , 10К.



Вычисленная по параметрам модели взаимодействия трёх ближайших соседей плотность фононных состояний в твёрдом аргоне-36.

Неупругое рассеяние на возбуждениях квантовой жидкости.



Спектр элементарных возбуждений, измеренный методом неупругого рассеяния нейтронов в сверхтекучем гелии-4 при давлении насыщенных паров и температуре 1.12K.

D.G.Henshaw and A.B.Woods, Modes of Atomic Motion in Liquid Helium by Inelastic Scattering of Neutrons, Physical Review, 121, 1266(1961)

